Examen MD août 2022 - Correctif

Question 1

1. $\vec{g} = (0, -g)$

2. $\vec{v}_0 = v_0 (\sin\theta, \cos\theta)$

3. $\begin{cases} x_B(t) = v_0 t \sin\theta \\ z_B(t) = v_0 t \cos\theta - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x_A(t) = d - \ell + V_0 t \\ z_A(t) = 0 \end{cases}$

5. $x_A(t_*) = x_B(t_*) = x_*$

$z_A(t_*) = z_B(t_*) = 0$

$z_B(t_*) = 0 \Rightarrow v_0 \cos\theta = \frac{1}{2} g t_*$

$x_A(t_*) = x_B(t_*) \Rightarrow v_0 \sin\theta = \frac{d-\ell}{t_*} + V_0$

$$\boxed{t_* = \frac{2 v_0 \cos\theta}{g}} \qquad \boxed{x_* = \frac{2 v_0^2 \cos\theta \sin\theta}{g}}$$

$$V_0 = v_0 \sin\theta - \frac{d-\ell}{t_*}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_0 = v_0 \sin\theta - \frac{g(d-\ell)}{2 v_0 \cos\theta}}$$

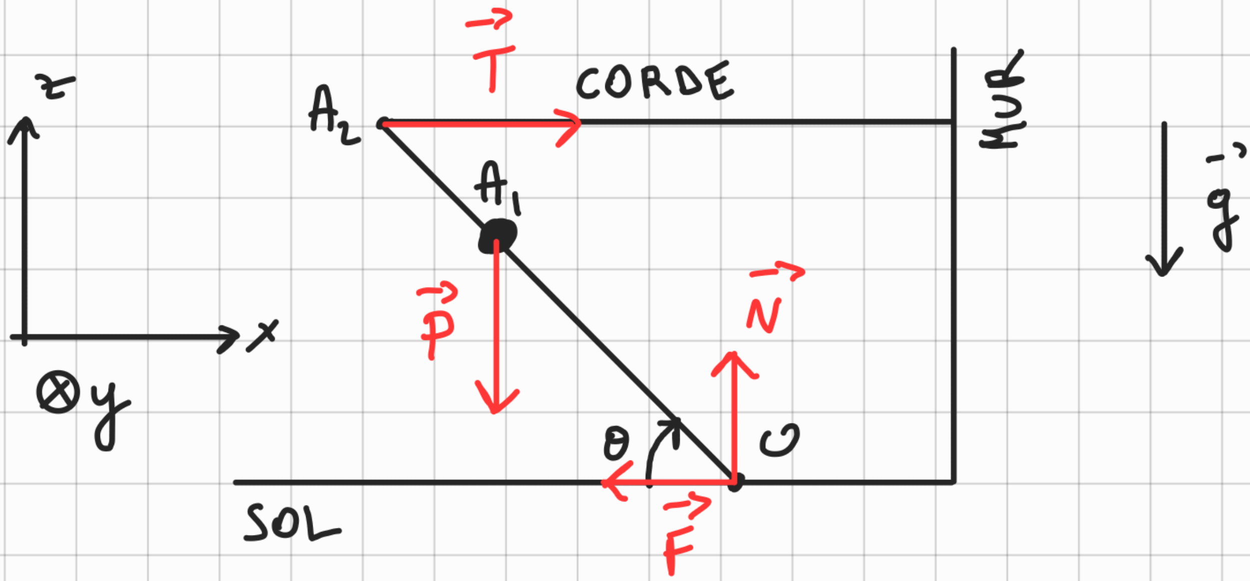
6. $V_0 = 17{,}96\ m/s - 2{,}83\ m/s$

$$\boxed{V_0 = 15{,}13\ m/s}$$

Examen MD août 2022 - Corrigé

Question 2

1.



2. $\vec{T} = (T, 0, 0)$ $\quad\quad$ $\vec{P} = (0, 0, -P)$

$\vec{N} = (0, 0, N)$ $\quad\quad$ $\vec{F} = (-F, 0, 0)$

3. $\vec{T}$ et $\vec{P}$ seulement.

$$\vec{\tau}_O(\vec{P}) = r_1 P \cos\theta \,(0, -1, 0)$$

$$\vec{\tau}_O(\vec{T}) = r_2 T \sin\theta \,(0, 1, 0)$$

4. Equilibre $\Rightarrow \vec{\tau}_O(\vec{P}) + \vec{\tau}_O(\vec{T}) = \vec{0}$

$$\Rightarrow r_1 P \cos\theta = r_2 T \sin\theta$$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{r_1}{r_2} \frac{P}{\tan\theta}$$

Application Numérique : $(P = Mg)$

$$T = 0{,}714 \times \frac{750\ N}{0{,}32} = 1673{,}44\ N$$

5. Bilan des forces : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} + \vec{N} = \vec{0}$.

Donc on doit avoir :

$$N = P \qquad \text{et} \qquad F = T$$

$$\Rightarrow \quad N = 750\ N \qquad F = 1673{,}44\ N$$

6. Ne pas glisser $\Rightarrow$ $F < \mu N$. Donc :

$$T < \mu N \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} \frac{P}{\tan\theta} < \mu P$$

$$\Rightarrow \quad r_1 < \mu\, r_2 \tan\theta$$

A.N. : $\mu r_2 \tan\theta = 1{,}42\ m$

Donc la glissade a lieu lorsque r_1 atteint 1,42 m.

Examen MD août 2022 - Correctif

Question 3

1. $\vec{B}$ = force d'Archimède.

Dirigée vers le haut, et de norme

$$B = \rho_1 g V_i$$

Donc : $B = 1200 \, kg \, m^{-3} \, 10 \, m \, s^{-2} \, 0.12 \, m^3$

$$B = 1440 \, N$$

2. Equilibre des forces :

$$\vec{P} + \vec{B} + \vec{N} = \vec{0}$$

avec $P = Mg$. En prenant en compte leurs sens, on doit avoir :

$$N = P - B$$

$\Rightarrow N = 5000 \, N - 1440 \, N = 3560 \, N$,

dirigée vers le haut.

3. Pression : loi de Pascal (hydrostatique) :

$$P_{fond} = P_{atm} + \rho_1 g h_1$$

$$\Rightarrow P_{fond} = 101325\ Pa + 1200\, kg\, m^{-3}\, 10\, m s^{-2}\, 3\, m$$

$$= 101325\ Pa + 36000\ Pa$$

$$P_{fond} = 137325\ Pa$$

4. $$P_{fond} = p_{atm} + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$$

$$= 137325\ Pa + 14250\ Pa$$

$$= 151575\ Pa$$

5. Cas limite : il est tout juste complètement immergé. Que vaut la force d'Archimède dans ce cas ?

On a maintenant $B = B_1 + B_2$,

avec $B_1 = 1440\, N$ et

$$B_2 = \rho_2 g (V - V_i)$$

$= 950 \text{ kg m}^{-3} \, 10 \text{ m s}^{-2} \, (0{,}34 - 0{,}12) \text{ m}^3$

$= 2090 \text{ N}$

Donc $B_1 + B_2 = 1440 \text{ N} + 2090 \text{ N} = 3530 \text{ N}$

Or $P = 5000 \text{ N}$, donc <u>le bloc reste dans le fond de la bassine.</u>

Examen MD août 2022 - Correctif

Question 4

1. Conservation du débit :

$$Q = Q_A = Q_B$$

Formule du cours : $Q = Av$.

Donc :

$$Q_A = \pi R^2 v_A \qquad Q_B = \pi r^2 v_B$$

$$\Rightarrow \boxed{v_A = \frac{Q}{\pi R^2}} \qquad \boxed{v_B = \frac{Q}{\pi r^2}}$$

2. L'eau est à l'air libre, donc

$$p_A = p_{atm}.$$

3. Idem ! $p_B = p_{atm}$.

4. Loi de Bernoulli entre les points A

et B donne :

$$\frac{1}{2}\rho_0 v_A^2 + \rho_0 g z_A + p_A = \frac{1}{2}\rho_0 v_B^2 + \rho_0 g z_B + p_B$$

Ici, $p_A = p_B$ et $z_A = z_B + d$.

Donc

$$\frac{1}{2} v_A^2 + g d = \frac{1}{2} v_B^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\frac{Q^2}{\pi^2 R^4} + g d = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{\pi^2 r^4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R^4} + \frac{2\pi^2 g d}{Q^2} = \frac{1}{r^4}$$

$$\Rightarrow \boxed{r = \left(\frac{1}{R^4} + \frac{2\pi^2 g d}{Q^2}\right)^{-1/4}}$$