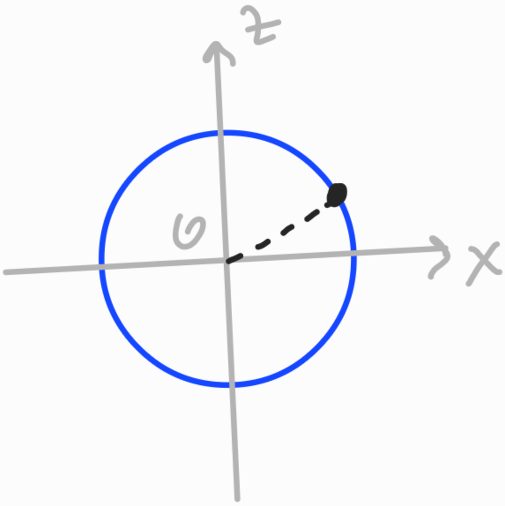
Examen Blanc - Correctif

V7

Janvier 2022

Q1 $M = 100\,kg$ $\quad R = 10\,m$

$T = 0.15\,s$



$$\vec{r}(t) = L\left(\sin(\omega t), \cos(\omega t)\right)$$

1). $\omega = 2\pi\nu \qquad \nu = \frac{1}{T} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}}$

Application numérique :

$$\boxed{\omega = 41{,}89\ rad/s}$$

2). Interprétation géométrique

de L : rayon de la trajectoire.

Or le rayon vaut $R = 10m$,

donc

$$\boxed{L = R = 10m}$$

3). Définition de la vitesse :

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$

Donc :

$$\vec{v}(t) = L\left(\omega\cos(\omega t), -\omega\sin(\omega t)\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{v}(t) = \omega L\left(\cos(\omega t), -\sin(\omega t)\right)}$$

4). Définition de la norme :

$$v = \|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

où v_x et v_y sont les composantes du vecteur $\vec{v}$:

$$\vec{v} = (v_x, v_y).$$

Donc :

$$v = \sqrt{(\omega L \cos(\omega t))^2 + (-\omega L \sin(\omega t))^2}$$

$$= \sqrt{\omega^2 L^2 \underbrace{(\cos(\omega t)^2 + \sin(\omega t)^2)}_{=1}}$$

$$= \sqrt{\omega^2 L^2} = \omega L$$

car ω et L sont des nombres positifs.

On a donc : $\boxed{v = \omega L}$

A.N. : $\boxed{v = 418{,}9 \ m/s}$

5). Définition : $E_c = \frac{1}{2} M v^2$.

Donc :

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} M \omega^2 L^2}$$

A.N. : $\boxed{E_c = 8,77 \times 10^6 \text{ J}}$

6). Définition de l'accélération :

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}.$$

Donc :

$$\vec{a}(t) = \omega L \left(-\omega \sin(\omega t), -\omega \cos(\omega t)\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{a}(t) = -\omega^2 L \left(\sin(\omega t), \cos(\omega t)\right)}$$

[On peut également écrire :

$$\vec{a}(t) = -\omega^2 \vec{r}(t) .]$$

7). Seconde loi de Newton :

$$\vec{F} = M\vec{a}$$

où $\vec{F}$ est la force totale agissant sur la masse M.

On a :

Le poids : $M\vec{g}$

La force du bras : $\vec{f}$

Donc :

$$M\vec{g} + \vec{f} = M\vec{a}$$

$\vec{a}$ a déjà été calculé en 6)., donc

$$\vec{f} = M\vec{a} - M\vec{g} = M(\vec{a} - \vec{g}).$$

En composantes : $\vec{g} = (0, -g)$,

donc

$$\boxed{\vec{f} = M\left(-\omega^2 L \sin(\omega t), -\omega^2 L \cos(\omega t) + g\right)}$$

8). Définition de la puissance :

$$P = \vec{f} \cdot \vec{v}$$

Donc :

$$P = \left(-M\omega^2 L \sin(\omega t)\right)\left(\omega L \cos(\omega t)\right)$$

$$+ \left(-M\omega^2 L \cos(\omega t) + Mg\right)\left(-\omega L \sin(\omega t)\right)$$

$$= \cancel{-M\omega^3 L^2 \sin(\omega t) \cos(\omega t)}$$

$$\cancel{+ M\omega^3 L^2 \cos(\omega t) \sin(\omega t)}$$

$$- Mg\omega L \sin(\omega t)$$

$$\Rightarrow \boxed{P = -Mg\omega L \sin(\omega t)}$$

[Autre méthode :

$$P = \vec{f} \cdot \vec{v} = (M\vec{a} - M\vec{g}) \cdot \vec{v}$$

$$= M\vec{a} \cdot \vec{v} - M\vec{g} \cdot \vec{v}$$

Or $\vec{a} \cdot \vec{v} = -\omega^2 \vec{r} \cdot \vec{v}$

Mais $\vec{r} \cdot \vec{v} = 0$, donc

$$P = -M\vec{g} \cdot \vec{v}$$

$$= -Mg\omega L \sin(\omega t)$$]

9). $$f = \sqrt{(-M\omega^2 L \sin(\omega t))^2 + (-M\omega^2 L \cos(\omega t) + Mg)^2}$$

$$= \sqrt{M^2 \omega^4 L^2 \sin(\omega t)^2}$$

$$+ M^2\omega^4L^2\cos(\omega t)^2$$

$$\overline{+M^2g^2 - 2gM^2\omega^2L\cos(\omega t)}$$

$$= \sqrt{M^2(\omega^4L^2+g^2) - 2gM^2\omega^2L\cos(\omega t)}$$

$$\Rightarrow \boxed{f = \sqrt{M^2(\omega^4L^2+g^2) - 2gM^2\omega^2L\cos(\omega t)}}$$

10). Maximum de f

$\Leftrightarrow$ minimum de $\cos(\omega t)$,

donc $\cos(\omega t) = -1$ au max de f.

$$\Rightarrow f_{max} = \sqrt{M^2(\omega^4L^2+g^2) + 2gM^2\omega^2L}$$

On peut simplifier ceci :

$$f_{max} = \sqrt{M^2(\omega^2L+g)^2}$$

$$\boxed{f_{max} = M(\omega^2L+g)}$$

$\Rightarrow \boxed{f_{max} = \quad (\qquad)}$

11). Position : $\vec{r}(t) = L\left(\sin(\omega t), \cos(\omega t)\right)$

Donc si $\cos(\omega t) = -1$, on a nécessairement $\sin(\omega t) = 0$ à cet instant.

Donc

$$\boxed{\vec{r} = L\,(0, -1)}$$

lorsque f est à son maximum.

Donc la masse M est à son point le bas sur sa trajectoire.

[Intuitivement : lorsque M est en bas, le bras doit non-seulement fournir l'accélération centripède pour maintenir le MCU, mais aussi compenser le poid du projectile.]

12). On veut lâcher le projectile lorsque $\vec{v}$ est vertical et pointe vers le haut.

Donc on veut

$$\underbrace{\cos(\omega t_\ell) = 0}_{\Longleftrightarrow\ v_x = 0} \quad \text{et} \quad \underbrace{\sin(\omega t_\ell) = -1}_{v_y > 0}$$

On peut par exemple prendre

$$\omega t_\ell = 3\frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{t_\ell = \frac{3\pi}{2\omega}}$$

$$\text{A.N. : } \boxed{t_\ell = 0{,}1125 \text{ s}}$$

[Remarque : si ω est exprimé

en degrés par seconde, on

a

$$\omega = \frac{360°}{T} = 2400°/s$$

On veut alors

$$\omega t_\ell = 90° \Rightarrow t_\ell = \frac{90°}{\omega}$$

c'est-à-dire

$$t_\ell = \frac{90°}{2400°/s} = 0{,}0375\ s$$

$\Rightarrow$ ok.]

13). [BiME-VETE seulement]

On doit comparer la vitesse du projectile à la vitesse de libération pour les trajectoires radiales.

Aide-mémoire $\Rightarrow$ $v_\ell = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$

On trouve aussi

$$g = \frac{GM}{R_T^2} \quad \text{et} \quad R_T = 6400 \text{ km}.$$

Donc :

$$v_\ell = \sqrt{2 g R_T} = 11313{,}8 \text{ m/s}$$

Or on avait trouvé

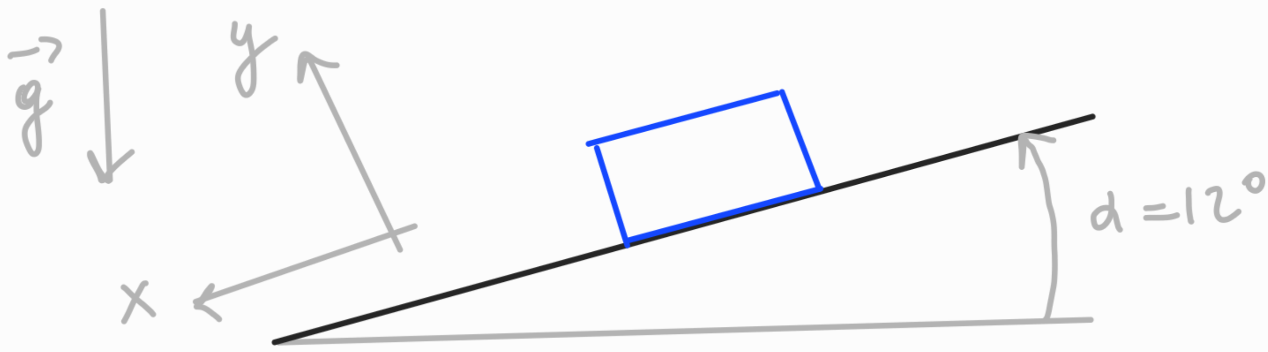
$$v = 418{,}9 \text{ m/s}$$

ce qui est largement insuffisant !

Q2

$V = 10 \text{ cm}^3$ $\qquad$ $M = 50 \text{ kg}$

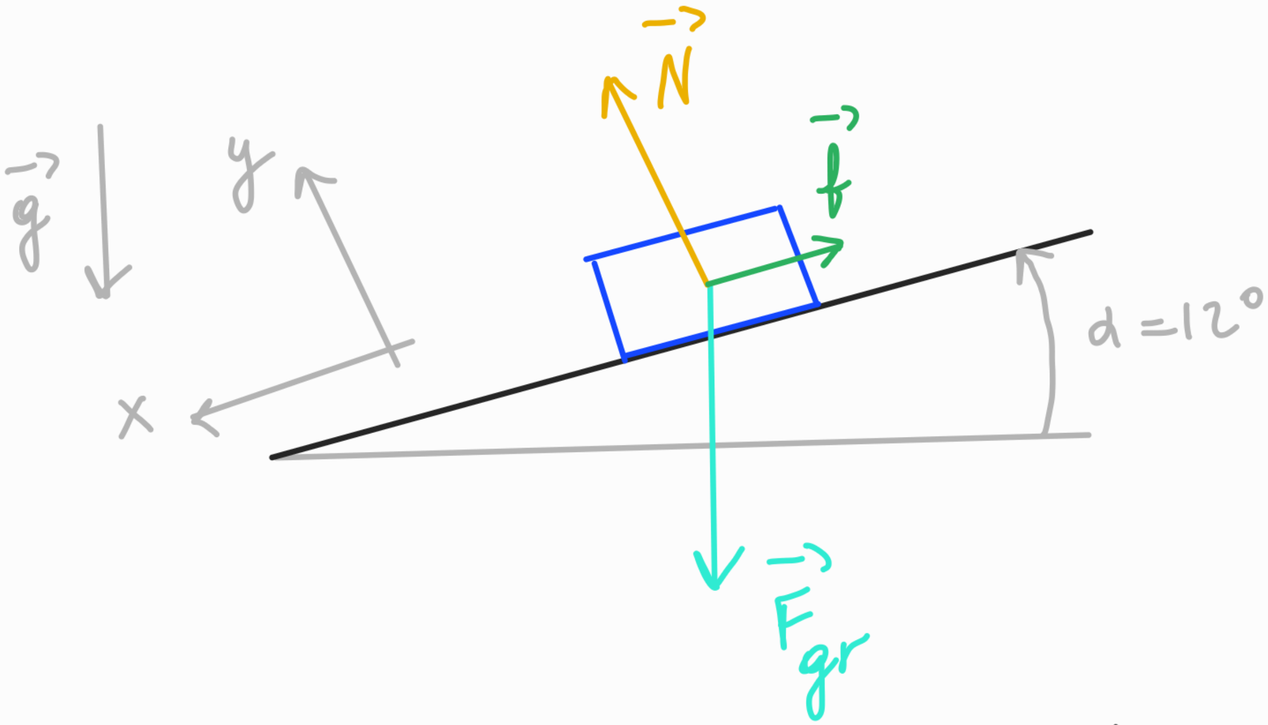
$\alpha = 12°$ $\qquad$ $\mu = 0{,}42$



1). Forces :

- Force de gravité (poids) : $\vec{F}_{gr} = M\vec{g}$
- Force normale du sol : $\vec{N}$
- Force de frottements statiques : $\vec{f}$

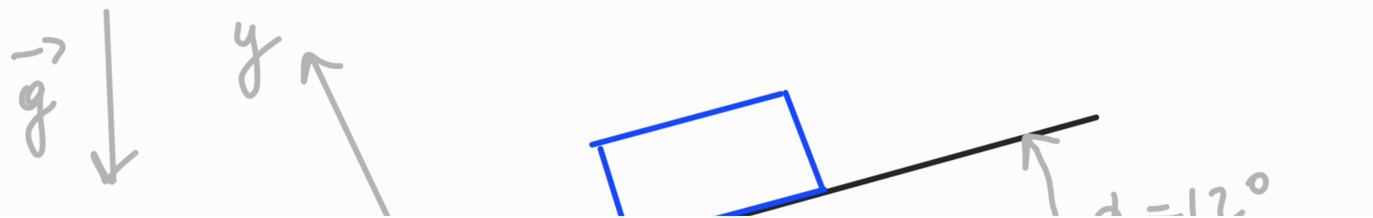
Direction et sens :

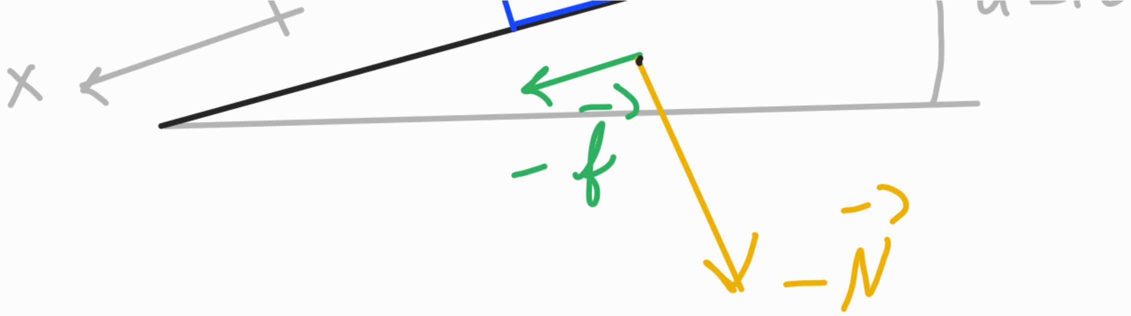


$\vec{N}$ est perpendiculaire au sol,

et $\vec{f}$ est parallèle au sol.

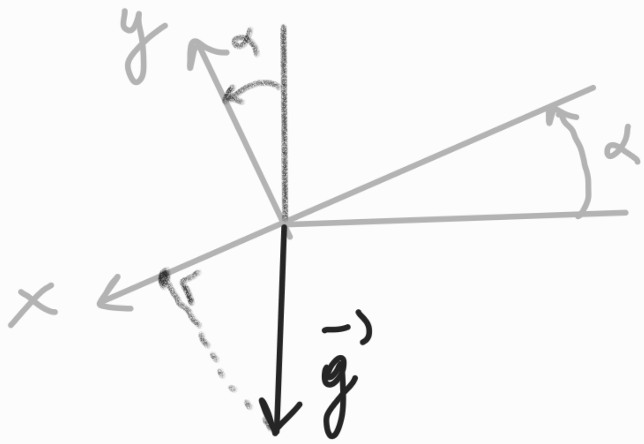
2). On utilise la 3e loi de Newton. Parmi les forces s'exerçant sur le bloc, $\vec{N}$ et $\vec{f}$ sont exercées par le sol. Donc le bloc exerce sur le sol 2 forces : la force réciproque à $\vec{f}$, c'est-à-dire $-\vec{f}$ et la force réciproque à $\vec{N}$, c'est-à-dire $-\vec{N}$.





Le point d'application de ces forces n'est pas important dans cette question.

3). On a



Donc $\boxed{\vec{g} = g\left(\sin\alpha\,,\,-\cos\alpha\right)}$

A.N. : $\boxed{\vec{g} = \left(2{,}08\ ,\ -9{,}78\right) m/s^2}$

4). 2^e loi de Newton :

$$\vec{F} = M\vec{a}$$

Le bloc est immobile, donc

$$\vec{a} = \vec{0}$$

$\vec{F}$ est la force totale, donc

$$\vec{F}_{gr.} + \vec{N} + \vec{f} = \vec{0}$$

On a

$$\vec{F}_{gr} = M\vec{g} = Mg(\sin\alpha, -\cos\alpha)$$

$$\vec{N} = (0, N) \qquad \vec{f} = (-f, 0)$$

Donc :

$$\begin{cases} Mg\sin\alpha - f = 0 \\ -Mg\cos\alpha + N = 0 \end{cases}$$

On résoud pour f et N :

$$f = Mg \sin\alpha$$

$$N = Mg \cos\alpha$$

Les vecteurs sont donc :

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{F}_{gr} &= Mg(\sin\alpha, -\cos\alpha) \\ \vec{N} &= (0, Mg\cos\alpha) \\ \vec{f} &= (-Mg\sin\alpha, 0) \end{aligned}}$$

A.N. :

$$\vec{F}_{gr} = (104, -489)\ kg\,m/s^2$$

$$\vec{N} = (0, 489)\ kg\,m/s^2$$

$$\vec{f} = (-104, 0)\ kg\,m/s^2$$

5). Le bloc se met à glisser si la norme de la force de frottement dépasse sa valeur maximale, $f_{max} = \mu N$.

Donc le bloc glisse si α dépasse la valeur critique α_c telle que

$$f = f_{max}.$$

On a alors

$$f = Mg \sin \alpha_c$$

$$N = Mg \cos \alpha_c$$

Donc

$$Mg\sin\alpha_c = \mu Mg\cos\alpha$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{\alpha_c = \tan^{-1}\mu}$$

A.N. : $\mu = 0{,}42$, donc

$$\boxed{\alpha_c = 22{,}78°}$$

6). Force d'Archimède :

$$\vec{B} = -\rho_0 V \vec{g}$$

car le bloc est entièrement immergé dans l'eau.

Aide-mémoire : $\rho_0 = 997\ kg/m^3$

On a montré en 3) que

$$\vec{g} = g\left(\sin\alpha, -\cos\alpha\right)$$

donc :

$$\boxed{\vec{B} = -\rho_0 V g \,(\sin\alpha, -\cos\alpha)}$$

$$\text{A.N.}: \quad \rho_0 V = 997\,\text{kg/m}^3 \; 10\underbrace{(10^{-2}\,\text{m})^3}_{\text{cm}^3}$$

$$\Rightarrow \rho_0 V = 9{,}97\times10^{-3}\,\text{kg}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B} = \left(-2{,}07\times10^{-2},\ 9{,}75\times10^{-2}\right)\text{N}}$$

7). On a vu au cours que si

$$\rho > \rho_0$$

alors le bloc ne flotte pas

$$\left(\rho = \frac{M}{V}\right).$$

Or $\rho = \dfrac{M}{V} = \dfrac{50\,\text{kg}}{10\times(10^{-2})^3\,\text{m}^3} = 5\times10^6\,\text{kg/m}^3$

Ceci est largement supérieur

à $\rho_0 = 997\,\text{kg/m}^3$

$\rho_0 \approx$ [illegible]

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{le bloc ne flotte pas.}}$

Se met-il à glisser ? Nous devons rediscuter de la condition $f \leq f_{max}$ (= ne glisse pas) en présence de la force d'Archimède.

L'analyse de la question 4) est modifiée en incluant $\vec{B}$ dans le bilan des forces :

$$\vec{F}_{gr} + \vec{N} + \vec{f} + \vec{B} = \vec{0},$$

avec

$$\vec{F}_{gr} = M\vec{g}$$

$$\vec{N} = (0, N)$$

$\vec{N} = (0, \ldots)$

$\vec{f} = (-f, 0)$

$\vec{B} = -\rho_0 V \vec{g}$

On a donc exactement les mêmes calculs, excepté que M est remplacé par $M - \rho_0 V$.

Or la valeur de α_c trouvé en 5). est $\tan^{-1}\mu$, ce qui est indépendant de M. Donc nous allons trouver la même valeur pour α_c que en 5).; en particulier

le bloc ne glisse pas !

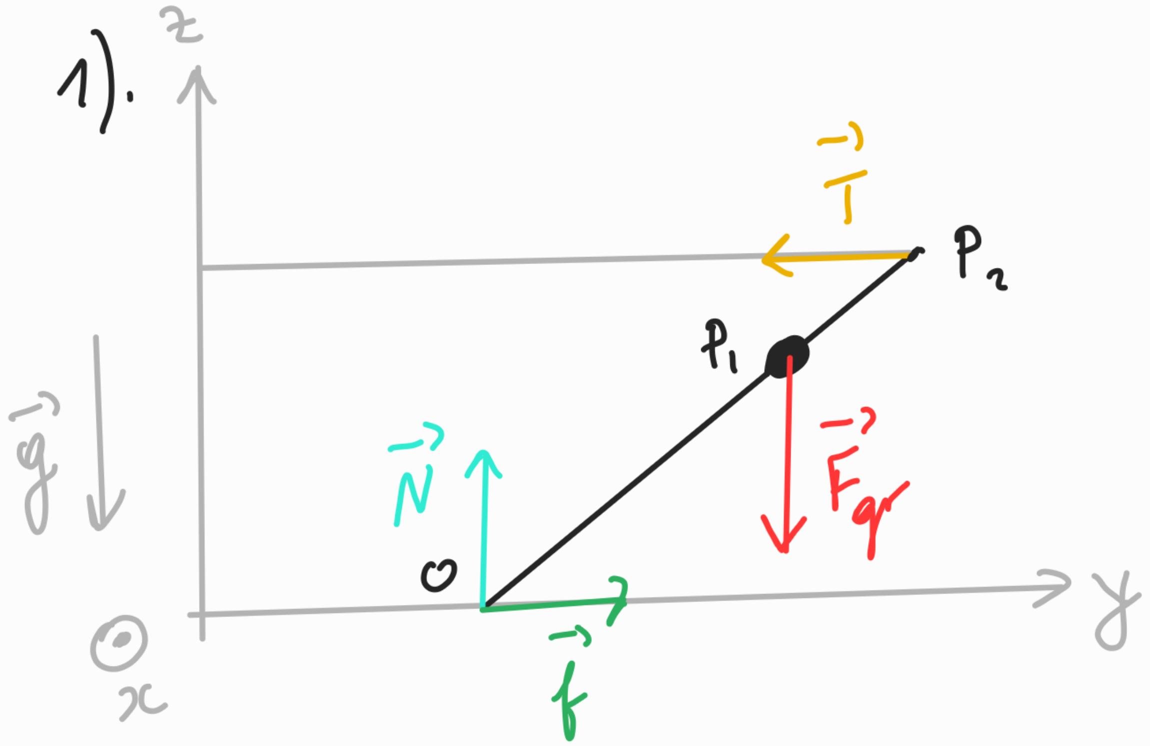
Il reste donc immobile,

même en présence de l'eau.

Q3 $M = 80\,kg$ $r_1 = 1{,}2\,m$ $r_2 = 1{,}6\,m$

$\mu = 3$

1).



Poids de l'homme : $\vec{F}_{gr} = M\vec{g}$

Force de la corde (tension) sur l'homme : $\vec{T}$

Force normale du sol : $\vec{N}$

Force de frottements statiques : $\vec{f}$

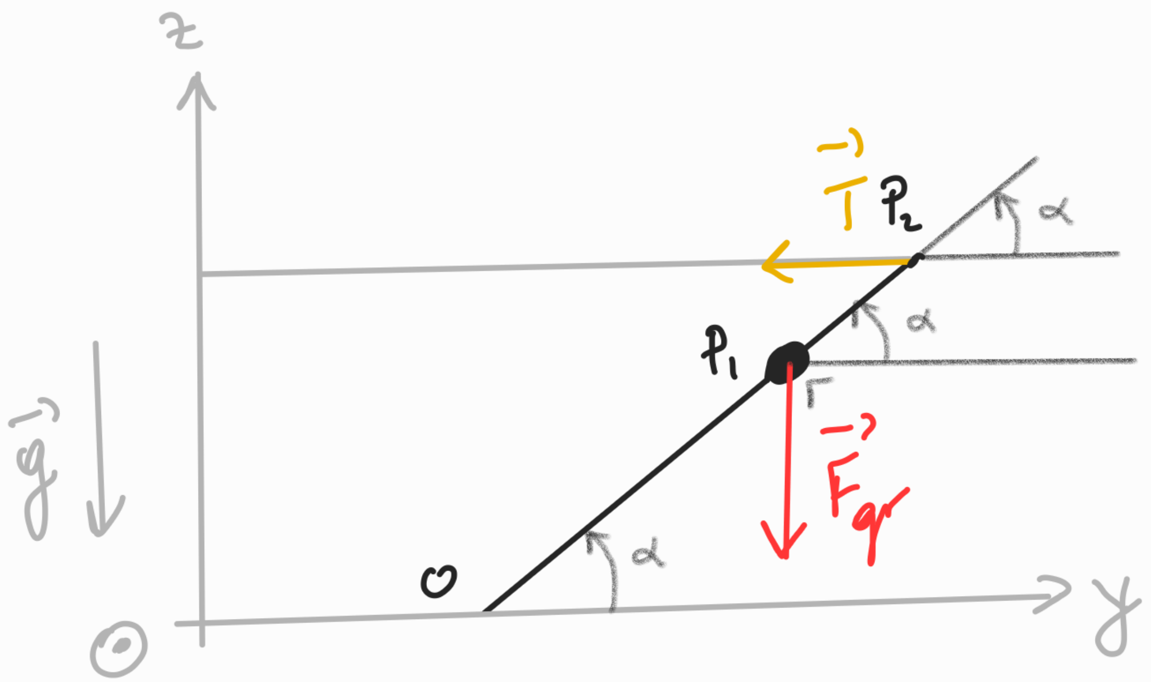
2). $\vec{N}$ et $\vec{f}$ sont appliquées en O, donc leur moment de force par rapport à O est nul.

Seules $\vec{F}_{gr}$ et $\vec{T}$ auront un moment de force par rapport à O non-nul.

On a :

$$\vec{\tau}_O(\vec{F}_{gr.}) = \vec{OP_1} \times \vec{F}_{gr.} \quad \otimes$$

$$\vec{\tau}_O(\vec{T}) = \vec{OP_2} \times \vec{T} \quad \odot$$



x

$$\tau_G(\vec{F_{gr}}) = r_1 F_{gr} \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}_{=\cos(\alpha)}$$

(aide-mémoire)

$$\tau_G(\vec{T}) = r_2 T \underbrace{\sin(\pi-\alpha)}_{=\sin(\alpha)}$$

(aide-mémoire)

Donc

- $\vec{\tau}_G(\vec{F_{gr}})$ est dans le sens $\otimes$ et de norme $r_1 M g \cos\alpha$
- $\vec{\tau}_G(\vec{T})$ est dans le sens $\odot$ et de norme $r_2 T \sin\alpha$

A.N. :

$r_1 M g \cos\alpha = 927{,}3\ N$

$r_2 T \sin\alpha = (0{,}414\ m)\, T$

3). Pour que le système reste immobile, il faut que l'accélération angulaire $\vec{\alpha}$ de ce solide soit nulle.

Or on sait par le cours que ceci revient à demander que la somme des moments de force soit nulle.

Dans notre cas, on veut donc :

$$\vec{\tau}_G(\vec{F_{gr}}) + \vec{\tau}_G(\vec{T}) = \vec{0}$$

On sait déjà que leurs sens sont opposés. Donc cela revient à demander :

$$\tau_G(\vec{F_{gr}}) - \tau_G(\vec{T}) = 0 .$$

(Le signe est correct et crucial !).

Par 2). on trouve donc l'équation :

$$r_1 Mg\cos\alpha - r_2 T\sin\alpha = 0$$

$$\Longleftrightarrow \boxed{T = \frac{r_1}{r_2}\frac{Mg}{\tan\alpha}}$$

A.N. : $\boxed{T = 2239{,}9\ N}$

4). On utilise $\vec{F} = M\vec{a}$ avec $\vec{a} = \vec{0}$ (car immobile) et

$$\vec{F} = \vec{F}_{gr} + \vec{T} + \vec{N} + \vec{f}.$$

On sait de plus que

$$\vec{N} = (0, 0, N)$$

$$\vec{f} = (0, f, 0)$$

où, comme toujours,

N = norme de $\vec{N}$

et

f = norme de $\vec{f}$.

Avec de plus

$$\vec{T} = (0, -T, 0)$$

(car la corde tire le bonhomme vers la gauche)

et

$$\vec{F}_{gr} = M\vec{g} = M(0, 0, -g),$$

on trouve les équations :

$$-T + f = 0$$

$$-Mg + N = 0$$

c'est-à-dire

$$f = T \quad \text{et} \quad N = Mg.$$

Les forces exercées par le sol sont donc :

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{N} &= (0, 0, Mg) \\ \vec{f} &= (0, T, 0) \end{aligned}}$$

A.N. : $\boxed{\begin{aligned} \vec{N} &= (0, 0, 800\,N) \\ \vec{f} &= (0, 2239{,}9\,N, 0) \end{aligned}}$

5). Le système ne glisse pas tant que f est inférieur à $f_{max} = \mu N$.

On a : $N = Mg$ ainsi que

$$f = T = \frac{r_1}{r_2} \frac{Mg}{\tan\alpha},$$

donc on veut

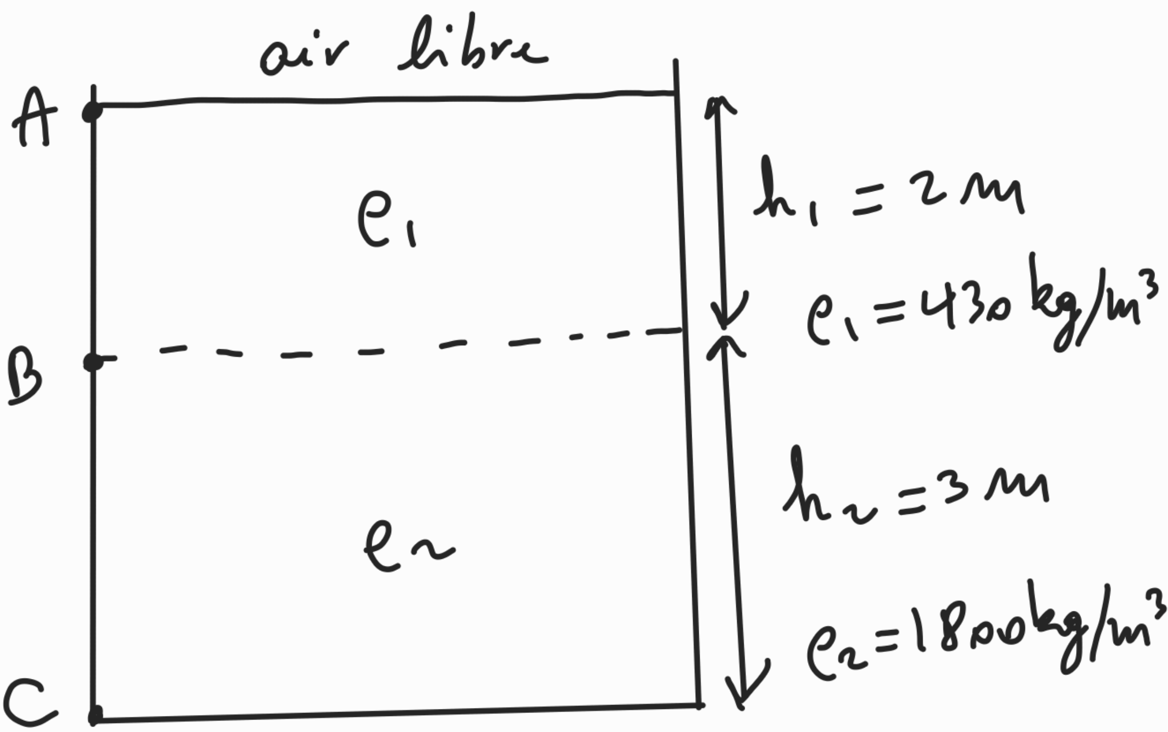
$$\frac{r_1 Mg}{r_2 \tan\alpha} \leq \mu Mg$$

$$\Leftrightarrow \quad r_1 \leq r_2 \mu \tan\alpha$$

Donc : si r_1 augmente, alors l'homme se met à glisser lorsque r_1 atteint la valeur critique $r_2 \mu \tan\alpha$.

A.N. : $\boxed{r_2 \mu \tan\alpha = 1,29 \text{ m}}$

Q4



1). $P_A = P_{atm} = 1\ atm = 101325\ Pa$

$$\Rightarrow \boxed{P_A = 101325\ Pa}$$

2). Loi de Pascal appliquée au fluide 1 :

$$P_B - P_A = \rho_1 g h_1$$

$$\Rightarrow \boxed{P_B = \rho_1 g h_1 + P_A}$$

A.N. : $\boxed{p_B = 109925 \text{ Pa}}$

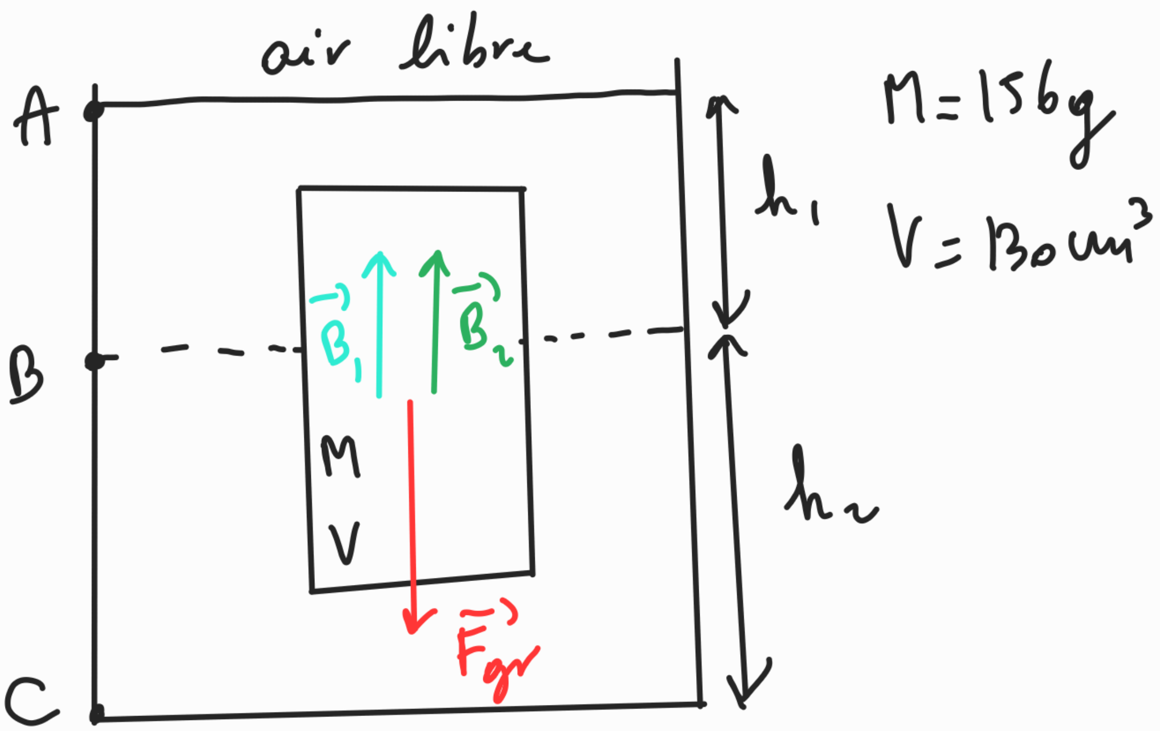
3). Idem mais dans le fluide 2 :

$$p_C - p_B = \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow \boxed{p_C = \rho_2 g h_2 + p_B}$$

A.N. : $\boxed{p_C = 163925 \text{ Pa}}$

4).



Poids : $\vec{F}_{gr} = M\vec{g}$

Force d'Archimède :

- fluide 1 : $\vec{B}_1 = -\rho_1 V_1 \vec{g}$
- fluide 2 : $\vec{B}_2 = -\rho_2 V_2 \vec{g}$

où V_1 est le volume immergé dans le fluide 1 et V_2 idem fluide 2.

5). Nous pouvons utiliser le critère de flottaison démontré au cours. Pour cela, nous avons besoin de la densité volumique de masse ρ du bloc.

On a

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0{,}156\,kg}{130\,(10^{-2}m)^3} = 1200\,kg/m^3$$

Donc on trouve :

- $\rho > \rho_1$: coule dans le fluide 1
- $\rho < \rho_2$: flotte dans le fluide 2

Le bloc reste donc en suspension dans ce système !

6). Le bloc étant immobile, nous devons avoir $\vec{a} = \vec{0}$, et donc

$$\vec{F}_{gr} + \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \vec{0}$$

Ainsi :

$$Mg - \rho_1 V_1 g - \rho_2 V_2 g = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad M = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2$$

En divisant par V, on a donc (avec $f_1 = \frac{V_1}{V}$ et $f_2 = \frac{V_2}{V}$) :

$$\rho = \rho_1 f_1 + \rho_2 f_2$$

De plus, par définition, on doit avoir

$$V_1 + V_2 = V$$

c'est-à-dire

$$f_1 + f_2 = 1 .$$

$\Rightarrow$ On a donc 2 équations pour 2 inconnues :

$$\begin{cases} e_1 f_1 + e_2 f_2 = e & (1) \\ f_1 + f_2 = 1 & (2) \end{cases}$$

On résoud :

$(2) \Rightarrow f_2 = 1 - f_1$

$(1) \Rightarrow e_1 f_1 + e_2 (1 - f_1) = e$

$\Leftrightarrow f_1 (e_1 - e_2) + e_2 = e$

$$\Leftrightarrow f_1 = \frac{e - e_2}{e_1 - e_2}$$

Ceci dans (2) donne alors

$$f_2 = 1 - \frac{e - e_2}{e_1 - e_2} = \frac{e_1 - e}{e_1 - e_2} .$$

Conclusion :

$$f_1 = \frac{e_2 - e}{}$$

$$f_1 = \frac{\quad}{\rho_2 - \rho_1}$$

$$f_2 = \frac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1}$$

A.N. :

$f_1 = 43,8\ \%$ et $f_2 = 56,2\ \%$

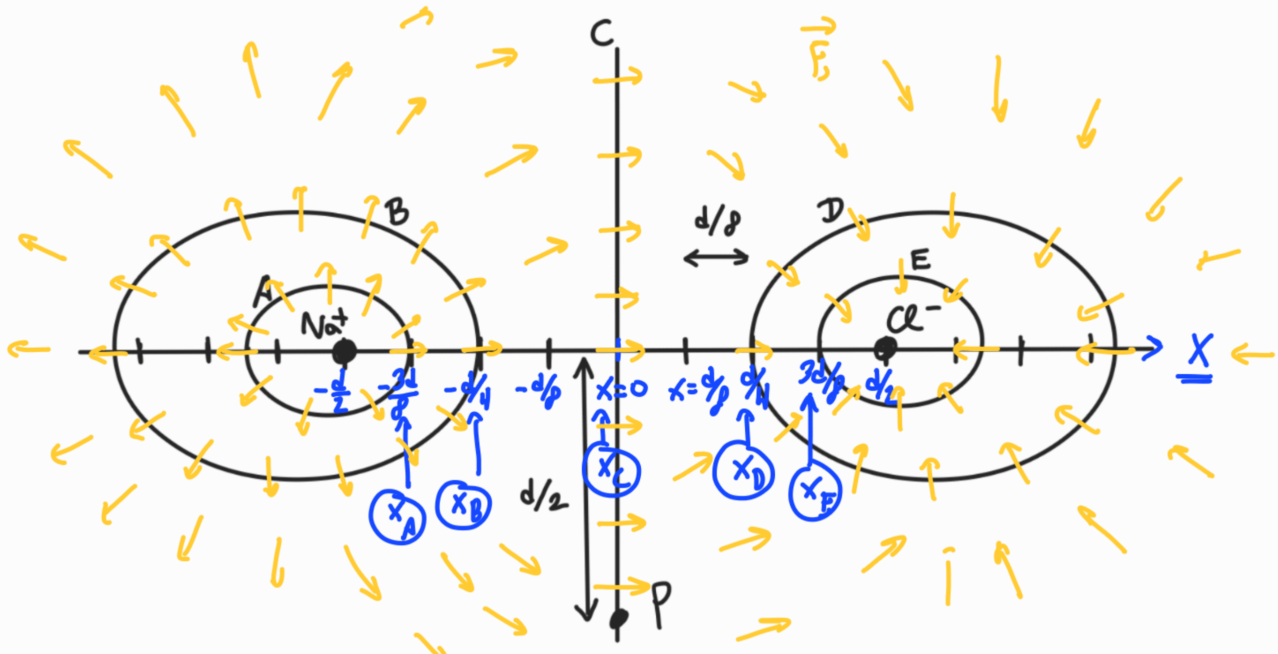
Pour obtenir V_1 et V_2, on utilise

$$V_1 = f_1 V \quad \text{et} \quad V_2 = f_2 V .$$

A.N. :

$$\boxed{\begin{aligned} V_1 &= 5,6 \times 10^{-5}\ m^3 \\ V_2 &= 7,3 \times 10^{-5}\ m^3 \end{aligned}}$$

Question 5



(1) Axe x horizontal défini sur figure (voir dessin)

Potentiel sur l'axe en x quelconque :

- $V = V_{Na^+} + V_{Cl^-} = \dfrac{e}{4\pi\varepsilon_0 |x + d/2|} + \dfrac{-e}{4\pi\varepsilon_0 |x - d/2|}$

$= \dfrac{e}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{|x + d/2|} - \dfrac{1}{|x - d/2|}\right)$

- $x_A = -\dfrac{3d}{8} \Rightarrow V_A = \dfrac{e}{4\pi\varepsilon_0 d}\left[\dfrac{1}{|-3/8+1/2|} - \dfrac{1}{|-3/8-1/2|}\right] = v\left[\dfrac{1}{-3/8+1/2} - \dfrac{1}{3/8+1/2}\right]$

où $v \equiv \dfrac{e}{4\pi\varepsilon_0 d} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot e \cdot \dfrac{1}{d} = \dfrac{1{,}6 \cdot 10^{-19}}{4\pi\, 8{,}8\, 10^{-12} \cdot 2{,}3\, 10^{-10}} = 6{,}29\ V$

$\Rightarrow \boxed{V_A = 43{,}1\,V}$

- $x_B = -d/4 \Rightarrow V_B = v\left[\dfrac{1}{1/4+1/2} - \dfrac{1}{|1/4-1/2|}\right]$

$\boxed{V_B = 16{,}8\ V}$

- $x_C = 0 \Rightarrow V_C = v\left[\dfrac{1}{1/2} - \dfrac{1}{|-1/2|}\right]$

$\boxed{V_C = 0}$

- $x_D = d/4 \Rightarrow$ valeur opposée à celle de x_B $\boxed{V_D = -16{,}8V}$

- $x_E = 3d/8 \Rightarrow$ valeur opposée à celle de x_A $\boxed{V_E = -43{,}1\,V}$

Référence : potentiel nul à l'infini (Réponse alternative : nul sur l'équipotentielle C)

② Champ $\boxed{\text{orthogonal aux équipotentielles}}$

Pointe dans la $\boxed{\text{direction de potentiel décroissant}}$

voir dessin

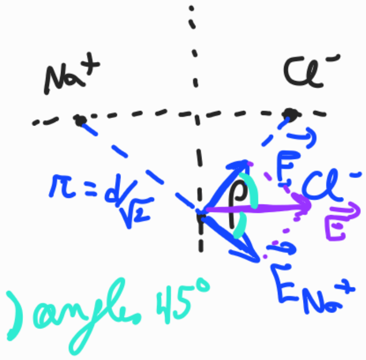
③

Distance de Na^+ à P = distance de Cl^- à P $= \sqrt{(d/2)^2+(d/2)^2} = d/\sqrt{2}$

$\vec{E} = \vec{E}_{Na^+} + \vec{E}_{Cl^-}$

↳ Direction : $\boxed{\text{horizontale vers la droite}}$

voir dessin ci-contre



↳ Projection horizontale de $\vec{E}_{Na^+}$

$$= \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 \underbrace{r^2}_{d^2/2}} \underbrace{\cos(45°)}_{\sqrt{2}/2} = \frac{\sqrt{2}\,e}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$$

Projection horizontale de $\vec{E}_{Cl^-}$: même valeur

↳ Amplitude $E = 2 \times \frac{\sqrt{2}\,e}{4\pi\varepsilon_0 d^2} = \boxed{7,7 \,.\, 10^{10}\ V/m}$

④ • Charge positive ⇒ accélérée dans direction de $\vec{E}$.

Passera successivement par $\boxed{B, C, D \text{ et } E}$

• Vitesses : • $v_A = 0$

• $\frac{1}{2} m v^2 + eV = \frac{1}{2} m \underbrace{\cancel{v_A^2}}_{0} + eV_A$

$$v = \sqrt{\frac{2e(V_A - V)}{m}}$$

• En $V = V_B$: $v_B = 1{,}5\ 10^4\ m/s$

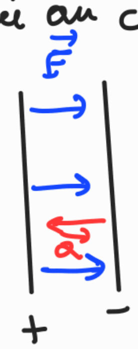
$V = V_C$: $v_C = 1{,}9\ 10^4\ m/s$

$V = V_D$: $v_D = 2.2\ 10^4\ m/s$

$V = V_E$: $v_E = 2{,}7\ 10^4\ m/s$

Question 6

① • Accélération de l'anode (−) à la cathode (+), donc opposé au champ électrique ⇒ charge négative par $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

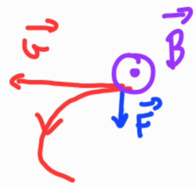


→ $\boxed{\text{ion } H^-}$

• Règle de la "main gauche" pour la force de Lorentz sur une charge négative :

⇒ $\vec{B}$ pointe vers le haut

voir dessin ci contre



② • Trajectoire circulaire dans champ homogène de rayon de Larmor

$$R = \frac{mv}{qB}$$

• Vitesse v_1 = vitesse à la sortie de la cathode

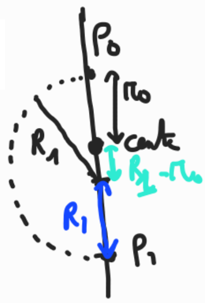
$$\frac{1}{2} m v_1^2 = e\,\Delta V \quad \text{puisque vitesse initiale nulle à anode}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2e\,\Delta V}{m}} \quad \text{où} \quad e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C,\quad m = 1{,}6 \cdot 10^{-27}\ kg,\quad \Delta V = 5 \cdot 10^{4}\ V$$

$$v_1 = 3{,}2\ 10^{6}\ m/s$$

• $R_1 = \frac{m v_1}{e B} = 0.032\ m = 3.2\ cm$

voir dessin



• Distance P_1 - centre $= (R_1 - r_0) + R_1$

$= 2R_1 - r_0$

$= \boxed{3\ cm}$

③ A chaque demi-tour, énergie cinétique $\frac{1}{2} m v^2$ augmente d'une valeur $e\Delta V$.

Après N demi-tours : $\frac{1}{2} m v_N^2 = N e\,\Delta V \Rightarrow v_N = \sqrt{\frac{2 N e\,\Delta V}{m}}$

$$\boxed{v_N = \sqrt{N} \cdot v_1 \quad \text{avec} \quad v_1 = \sqrt{\frac{2e\,\Delta V}{m}}}$$

④ • Il faut $\underbrace{\frac{1}{2} m v_N^2}_{= N e \Delta V} = 4,8 \cdot 10^{-13}\ J.$

$$\Rightarrow N = \frac{4,8 \cdot 10^{-13}\ J}{e \Delta V} = \frac{4,8\ 10^{-13}}{1,6\ 10^{-19} \cdot 5\ 10^{4}} = \boxed{60 \text{ tours}}$$

• Rayon correspondant

$$R_N = \frac{m v_N}{e B} = \sqrt{N}\ \frac{m v_1}{e B} = \sqrt{N}\ R_1 = \sqrt{60} \cdot 3,2\ cm = \boxed{24.8\ cm}$$