

BA1 en Médecine et Sciences Dentaires**Examen****Nom:****Prénom:****Matricule:****Section:**

Q1: /12	Q2: /13	Q3: /16
Q4: /11	Q5: /13	Q6: /13

Instructions:

L'usage de document n'est pas autorisé. L'examen dure 3 heures. Il y a 6 questions. Vous êtes responsables de vérifier que cet examen comporte bien 12 pages. Vous n'êtes pas autorisés à dégraffer les pages de l'examen. Vous êtes autorisés à utiliser une calculatrice (pas de smartphone). Un aide-mémoire vous est fourni à la fin de ce document. Justifiez bien toutes vos réponses.

Nous vous recommandons de faire un maximum de calculs de façon symbolique (sans substituer les valeurs numériques). Lorsque cela est possible, exprimez vos résultats numériquement à la fin de vos calculs.

Les valeurs numériques peuvent être arrondies au 2e chiffre significatif. Sauf indication contraire, tous les résultats numériques doivent être exprimés dans les unités du Système International. Vous pouvez prendre $g = 10m/s^2$ et $\rho_0 = 1000kg/m^3$.

Lorsqu'il vous est demandé de dessiner une force sur un schéma, on demande que la direction et le sens soient le plus précis possible, mais la norme ne doit pas nécessairement être à l'échelle.

Veillez répondre à chaque question dans l'espace prévu à cet effet après chaque énoncé. S'il vous manque de la place, vous pouvez faire référence au verso d'une des feuilles d'examen pour indiquer où se trouve votre réponse. Veillez à indiquer *très clairement* si vous recourez à ce système. Enfin, le verso des feuilles d'examen peut-être également utilisé comme brouillon pour vos calculs et raisonnements.

Note finale: Le nombre total de points, sur les 6 questions, s'élève à 78 points. Le nombre de points obtenus est rapporté sur 20, et la note de l'examen est alors obtenue en arrondissant à l'entier le plus proche.

QUESTION 1: (12 points)

On considère dans cette question la rotation de la Terre sur elle-même, cette rotation ayant lieu approximativement autour d'un axe passant par les pôles. Nous prenons la valeur $R_{\oplus} = 6400\text{km}$ pour le rayon de la Terre. On suppose également qu'un cycle complet jour et nuit dure 24h, et on néglige la rotation de la Terre autour du Soleil.

N'oubliez pas d'exprimer les résultats de toutes les questions ci-dessous dans les unités du Système International. De plus, nous vous conseillons d'exprimer les variables angulaires en radians plutôt qu'en degrés.

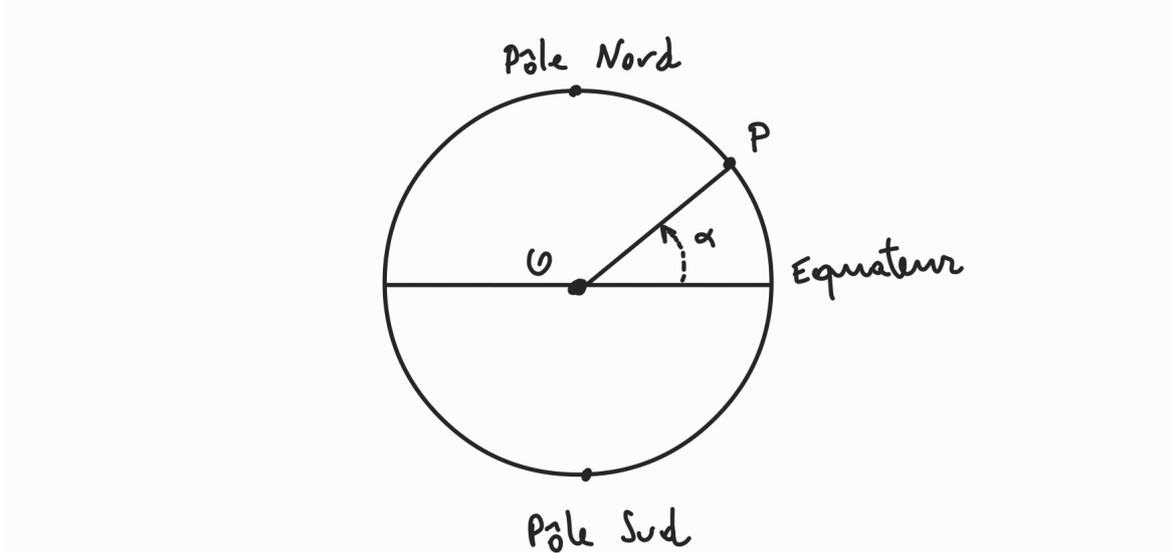


Figure 1: L'angle α est la latitude du point P .

1. (1pt) Quelle est la période T nécessaire pour que la Terre fasse un tour sur elle-même?
2. (2pt) Quelle est la vitesse angulaire ω correspondante?
3. (2pt) Pour un humain assis sur une chaise à la surface de la Terre et à l'équateur, quelle est la norme de sa vitesse due à la rotation de la Terre?
4. (2pt) En supposant que cet humain a une masse de 80kg, quelle est la norme de son impulsion (aussi appelée quantité de mouvement dans le cours)?

5. (2pt) Quelle est son énergie cinétique?
6. (1pt) Quelle est cette énergie cinétique si l'humain est, en fait, le Père Noël? Vous pouvez supposer que le Père Noël vit exactement au pôle Nord et pèse 100kg.
7. (2pt) La latitude est définie comme l'angle fait par un point sur Terre et l'équateur (voir figure 1), en prenant comme point de référence le centre de la Terre. Sachant que le campus Erasme se trouve à une latitude de $50,83^\circ$, quelle est la norme de la vitesse d'un étudiant assis à son examen?

QUESTION 2: (13 points)

Un singe de masse $m = 30\text{kg}$ pousse sur un bloc de masse $M = 100\text{kg}$. Le coefficient de frottement statique entre le singe et le sol est de $\mu_s = 0,1$ tandis que celui entre le bloc et le sol est de $\mu_b = 0,02$. La force exercée par le singe sur le bloc est notée \vec{f} et vaut, en norme, 15N , et est supposée parfaitement horizontale. Le système est immobile. On néglige les dimensions du singe et du bloc, de sorte que l'on considère ces corps comme ponctuels.

On utilise le système d'axes x et z comme indiqué sur la figure 2.

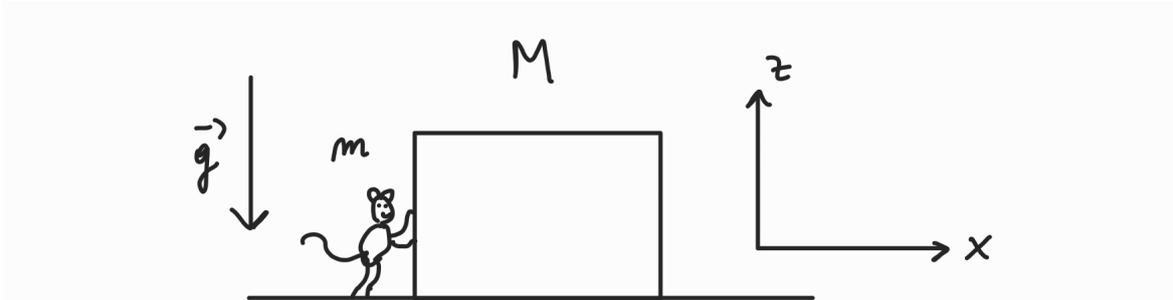


Figure 2: Un singe pousse un bloc.

1. (2pt) Donner la liste des forces agissant sur le singe et les représenter sur la figure 2. Il n'est pas nécessaire de calculer numériquement ces forces pour l'instant.
2. (1pt) Donner la liste des forces agissant sur le bloc et les représenter sur la figure 3. Il n'est pas nécessaire de calculer numériquement ces forces pour l'instant.

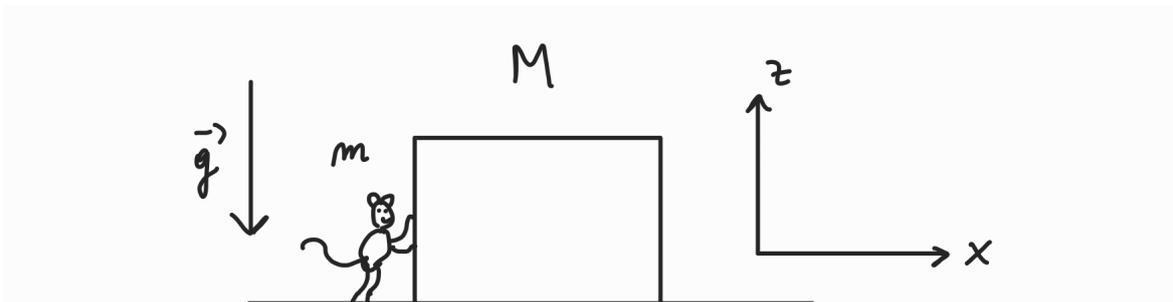


Figure 3: Dessinez sur cette figure les forces agissant sur le bloc.

3. (4pt) En utilisant les lois de Newton, calculer numériquement toutes les forces exercées sur le singe. Nous vous conseillons de faire les substitutions numériques le plus tard possible dans vos calculs.

4. (3pt) En utilisant les lois de Newton, calculer numériquement toutes les forces exercées sur le bloc. Nous vous conseillons de faire les substitutions numériques le plus tard possible dans vos calculs.

A partir de maintenant, on suppose que le singe augmente progressivement la norme de la force qu'il applique sur le bloc.

5. (3pt) Le singe se met-il à glisser avant le bloc?

QUESTION 3: (16 points)

On considère une tige rigide de masse négligeable. Au point P_1 correspondant à son extrémité gauche, elle est fixée au sol par une corde tendue et verticale. En son point P_2 situé à une distance $L = 10\text{cm}$ de P_1 , elle est fixée au plafond par une corde tendue et verticale. Enfin, en son point P_3 correspondant à son extrémité droite et à une distance $\ell = 5\text{cm}$ de P_2 , une masse ponctuelle $M = 1\text{kg}$ est attachée. La tige fait un angle α avec l'horizontale et le système est immobile. Voir figure 4 pour un récapitulatif du système.

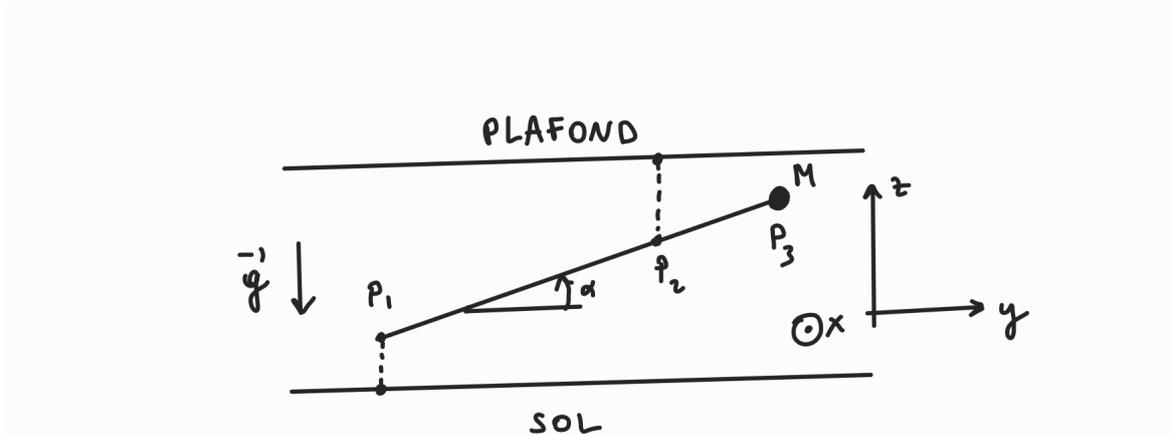


Figure 4: Une tige est attachée au sol et au plafond, et une masse est fixée en un point. Utiliser dans cette question le système d'axes x, y, z tel que sur la figure. Noter que l'axe des x sort de votre feuille et pointe dans votre direction.

On note T_1 la tension dans la corde 1 attachée en P_1 et T_2 la tension dans la corde 2 attachée en P_2 . On rappelle que la tension T_1 correspond à la norme de la force exercée par la corde 1 sur la tige (et idem pour la corde 2).

- (1pt) Que valent les composantes du vecteur \vec{g} dans ce système d'axes? Evaluer numériquement votre réponse.
- (2pt) Donner la liste des forces agissant sur le système composé de la tige et de la masse M , et représenter ces forces sur la figure 4. Il n'est pas nécessaire de calculer numériquement ces forces pour l'instant.
- (3pt) En utilisant la seconde loi de Newton, exprimer la tension T_1 en fonction de Mg et T_2 . Il n'est pas nécessaire de substituer Mg par sa valeur numérique dans votre réponse.

4. (2pt) Calculer les moments des forces par rapport au point P_1 . Nous vous conseillons de ne pas faire de substitution numérique à ce stade.

5. (3pt) En utilisant les conditions d'équilibre appropriées, déterminer les valeurs des tensions T_1 et T_2 . Evaluer numériquement votre résultat final.

6. (1pt) Que vaut le moment total des forces par rapport à P_2 ?

A partir de maintenant, on suppose que la corde 2 fait un angle β avec la verticale, et on suppose que le système reste à l'équilibre. Voir figure 5.

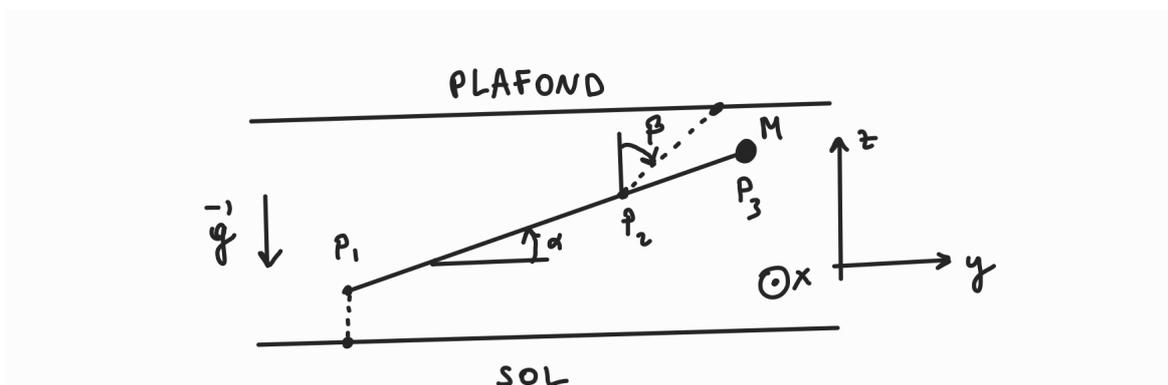


Figure 5: La corde 2 fait maintenant un angle β avec la verticale.

7. (2pt) Montrer que β est en fait nécessairement nul dans ce système. On prendra donc $\beta = 0$ dans la suite.

A partir de maintenant, on considère qu'on augmente progressivement la masse M . De plus, on suppose que les cordes sont faites avec exactement le même matériau, de sorte qu'elles se rompent si leur tension excède la valeur critique $T_c = 20N$.

8. (2pt) Déterminer si une des cordes se rompt en premier et, le cas échéant, laquelle. Evaluer numériquement la valeur de M correspondante.

QUESTION 4: (11 points)

On considère un patient, allongé dans son lit, avec dans son bras une perfusion. Par la perfusion, on injecte un liquide incompressible et non-visqueux de densité volumique de masse $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ grâce à une seringue horizontale. Le piston de la seringue se déplace à une vitesse constante de norme $v = 0,1\text{cm/s}$, et l'écoulement ainsi produit est supposé non-turbulent et satisfaisant à la conservation de la masse. On suppose de plus que la seringue se trouve à une hauteur $H = 160\text{cm}$ du sol, alors que l'aiguille se trouve à une hauteur $h = 110\text{cm}$ du sol.

La seringue est modélisée par un cylindre de rayon $R = 3\text{cm}$ et de longueur $L = 10\text{cm}$. Elle est raccordée au tuyau flexible, qui a un rayon de $r = 0.6\text{cm}$. Voir figure 6 pour un récapitulatif.

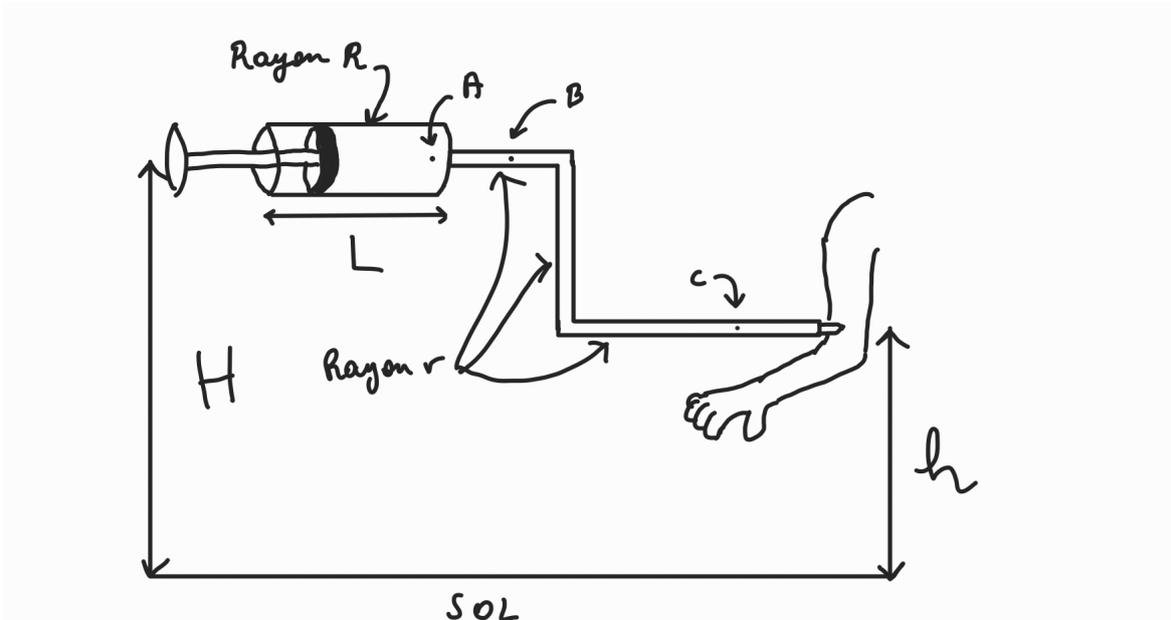


Figure 6: Une seringue pousse du liquide dans le bras d'un patient. Le point A est dans la seringue. Le point B est à la même hauteur que la seringue mais est dans le tuyau flexible. Le point C est également dans le tuyau flexible mais à la même hauteur que l'aiguille. On note p_A la pression du fluide en A et idem pour p_B et p_C .

Si vous le désirez, vous pouvez exprimer les vitesses en cm/s dans vos réponses. Mais attention, les pressions doivent être exprimées en Pa .

1. (2pt) Que vaut le débit Q dans cet écoulement?

2. (1pt) En supposant que la seringue est initialement totalement remplie, après combien de temps la seringue sera-t-elle complètement vidée?

3. (1pt) Que vaut la norme de la vitesse v_A du fluide au point A ?

4. (2pt) Que vaut la norme de la vitesse v_B du fluide au point B ?

5. (1pt) Que vaut la norme de la vitesse v_C du fluide au point C ?

6. (2pt) Quelle est la différence de pression $p_A - p_B$?

7. (2pt) Quelle est la différence de pression $p_B - p_C$?

QUESTION 5: (13 points)

La machine de Wimhurst consiste en 2 sphères de rayon $r = 1\text{cm}$ portant des charges électriques opposées de valeur absolue q . Un éclair se développe entre ces sphères lorsque cette charge q est suffisamment grande. Il relie alors les points A et C indiqués sur le schéma ci-dessous. Pour résoudre cette question, considérez que la charge d'une sphère est concentrée en son centre. Les deux sphères sont séparées d'une distance $d = 2\text{cm}$ et le point B est placé exactement au milieu.

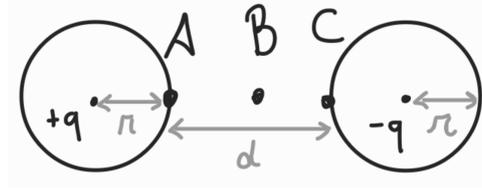


Figure 7: Schéma d'une machine de Wimhurst.

1. (4pt) Sachant que le champ électrique nécessaire pour démarrer la formation d'un éclair est de $3kV/cm$, déterminez la charge électrique q_A à atteindre pour qu'un éclair se forme en A , la charge q_B pour qu'il se forme en B , et la charge q_C pour qu'il se forme en C .

2. (2pt) L'éclair démarre-t-il sa formation au bord des sphères (points A et C) ou entre les deux sphères (point B)? Déterminez la charge q correspondante.

3. (3pt) Quelle est la différence de potentiel entre les points A et C quand cet éclair se forme?

4. (3pt) Lorsque l'éclair reliant A et C est formé, un électron (masse $9,1 \cdot 10^{-31}kg$) à une extrémité est transféré à l'autre extrémité. Déterminez sur quelle sphère (positive ou négative) arrivera l'électron et quelle est sa vitesse d'impact.

5. (1pt) La forme précise de l'éclair varie à chaque nouvelle décharge, et donc la trajectoire de l'électron aussi. Expliquez pourquoi la vitesse finale de l'électron reste la même à chaque fois.

QUESTION 6: (13 points)

La conduction électrique dans un coeur humain lors d'une défibrillation est modélisée par le circuit illustré dans la figure ci-dessous. Ce circuit est brièvement fermé afin d'envoyer un courant I_d au travers du coeur. Ce courant entre via une membrane externe (épaisseur $d_m = 10nm$, résistance $R_m = 20\Omega$), se subdivise pour traverser le syncytium (composé de cellules cardiaques, longueur $L = 9cm$, $R_s = 2,5k\Omega$) et le milieu interstitiel (qui remplit l'espace entre les cellules, $R_i = 50\Omega$), et ressort via une membrane similaire à celle d'entrée. Considérons que le coeur soit cylindrique de diamètre $D = 8cm$.

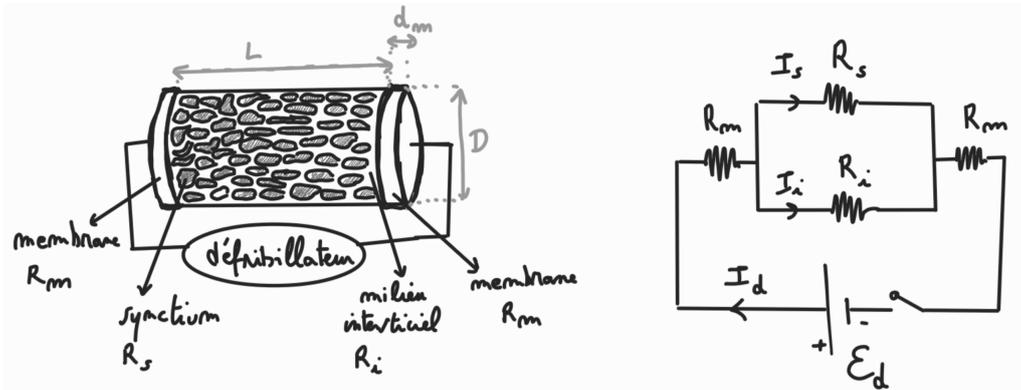


Figure 8: Défibrillation et circuit équivalent.

1. (2pt) Calculez le rapport entre les courants I_i passant dans les interstices et I_s passant dans le syncytium.

2. (4pt) Un courant de $10pA$ au minimum doit traverser chaque cellule cardiaque pour réactiver un coeur à l'arrêt. Sachant que le courant I_s se subdivise en moyenne dans $N = 1,2 \cdot 10^7$ cellules en parallèle, quel courant I_d doit être injecté lors d'une défibrillation à coeur ouvert?

3. (3pt) Calculez la force électromotrice \mathcal{E}_d (différence de potentiel) nécessaire pour générer ce courant.

4. (2pt) Quelle est la puissance de la chaleur dissipée dans le coeur?

5. (2pt) Pour une baleine blanche, $L = 1,5m$ et $D = 1,2m$. Que devient la réponse à la première sous-question dans ce cas?

AIDE-MÉMOIRE

$$\begin{array}{lll}
 \rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3 & \|\vec{A}\| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} & 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa} \\
 g = 10 \text{ m/s}^2 & \frac{d \sin(ax)}{dx} = a \cos(ax) & \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha \\
 \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z + p & \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha & \vec{a}_c = -\omega^2 \vec{r} \\
 \vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta & \|\vec{A} \times \vec{B}\| = AB \sin \theta & v = \omega r \\
 \cos \alpha = \frac{\text{adjacent}}{H} & F_f^{\max} = \mu N & Q = Av \\
 P = \frac{dE_c}{dt} & V = \frac{4}{3} \pi R^3 & A = \pi R^2
 \end{array}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y, A_z B_x - A_x B_z, A_x B_y - A_y B_x)$$

$$\begin{array}{lll}
 e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} & \epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A}^2 \text{s}^4}{\text{kg m}^3} & \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}} \\
 1 \text{ nX} = 10^{-9} \text{ X (nano)} & 1 \text{ pX} = 10^{-12} \text{ X (pico)} & 1 \text{ fX} = 10^{-15} \text{ X (femto)} \\
 \vec{F}_{Q/q} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} & \vec{F}_{\vec{E}/q} = q\vec{E} & \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \\
 \sigma = Q/A & E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} & E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \\
 \frac{1}{2} m v^2 + qV & \Delta V = EL & V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \\
 \Delta V = RI & R = \frac{L}{S} \frac{1}{\sigma} & I = en v_e S \\
 R = R_1 + R_2 & \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & P = \Delta VI \\
 d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2} & B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} & B = \frac{\mu_0 I}{2R} \\
 B = \mu_0 \frac{N}{L} I & d\vec{F}_{\vec{B}/I} = Id\vec{\ell} \times \vec{B} & F_{I_1/I_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d} \\
 \vec{F}_{\vec{B}/q} = q\vec{v} \times \vec{B} & \vec{v} \perp \vec{v} \times \vec{B} & R_L = \frac{mv}{|q|B}
 \end{array}$$