Université Libre de Bruxelles

Année Académique 2021-2022 *Session de juin*

Physique Médicale PHYS-G1102
Titulaires: Antonin Rovai et Vincent Wens

BA1 en Médecine et Sciences Dentaires

Examen

Nom:

Prénom:

Matricule:

Section:

Q1:	/10	Q2:	/11	Q3:	/9
Q4:	/6	Q5:	/9	Q6:	/8

Instructions:
L'usage de document n'est pas autorisé. L'examen dure 3 heures. Il y a 6 questions. Vous êtes responsables de vérifier que cet examen comporte bien 12 pages. Vous n'êtes pas autorisés à dégraffer les pages de l'examen. Vous êtes autorisés à utiliser une calculatrice (pas de smartphone). Un aide-mémoire vous est fourni à la fin de ce document. Justifiez bien toutes vos réponses.
Nous vous recommandons de faire un maximum de calculs de façon symbolique (sans substituer les valeurs numériques). Lorsque cela est possible, exprimez vos résultats numériquement à la fin de vos calculs.
Les valeurs numériques peuvent être arrondies au 2e chiffre significatif. Sauf indication contraire, tous les résultats numériques doivent être exprimés dans les unités du Système International. Les valeurs des différentes constantes sont reprises dans l'aide-mémoire.
Lorsqu'il vous est demandé de dessiner une force sur un schéma, on demande que la direction et le sens soient le plus précis possible, mais la norme ne doit pas nécessairement être à l'échelle.
Veuillez répondre à chaque question dans l'espace prévu à cet effet après chaque énoncé. S'il vous manque de la place, vous pouvez faire référence au verso d'une des feuilles d'examen pour indiquer où se trouve votre réponse. Veillez à indiquer *très clairement* si vous recourez à ce système. Enfin, le verso des feuilles d'examen peut-être également utilisé comme brouillon pour vos calculs et raisonnements.
Note finale: Le nombre total de points, sur les 6 questions, s'élève à 53 points. Le nombre de points obtenus est rapporté sur 20, et la note de l'examen est alors obtenue en arrondissant à l'entier le plus proche.

Question 1: *(10 points)*

On considère le problème en 3 dimensions suivant: un petit projectile, de masse m, est tiré depuis un point au sol que l'on note O, avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$. En utilisant les coordonnées telles que sur la figure 1, le vecteur $\vec{v}_0$ est dans le plan y, z, et on note θ l'angle qu'il fait avec l'axe des y. Un peu plus loin, à une distance d de O le long de l'axe y, passe une ligne de chemin de fer, les rails étant dans le plan x, y et parallèles à l'axe des x. Un train, que nous assimilons à un corps ponctuel, se déplace dans la direction des x croissants avec une vitesse $\vec{V}$ constante. Le projectile est lancé au moment où le train passe au point de coordonnée $x = X_0$ avec $X_0 < 0$.

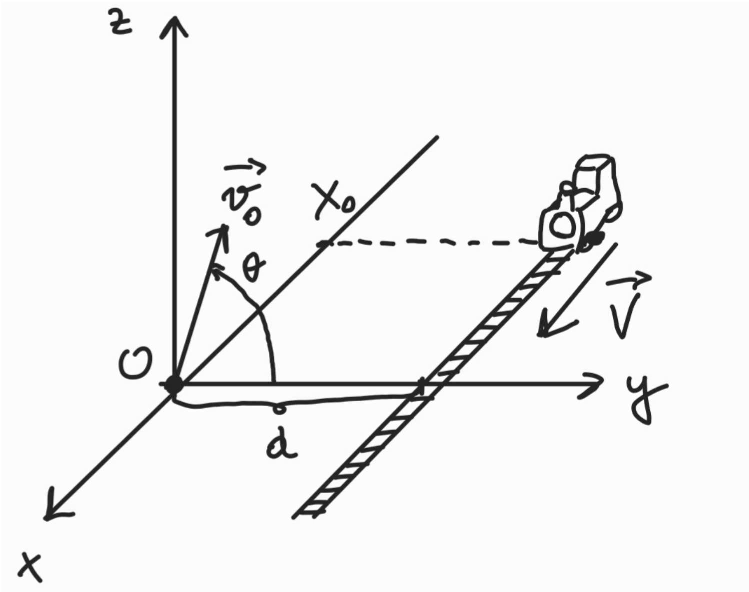

Figure 1: Un projectile est lancé depuis le point O vers un train en mouvement. Les rails sont parallèles à l'axe des x.

On néglige les forces de frottement dans ce problème, et on utilisera les axes x, y et z tels que sur la figure 1. Le but de cette question est de déterminer v_0 et θ de façon à ce que le projectile intercepte le train.

1. (1pt) Exprimer les composantes suivant x, y et z du vecteur d'accélération gravitationnelle $\vec{g}$ en fonction de g.

2. (1pt) Exprimer les composantes suivant x, y et z de la vitesse initiale $\vec{v}_0$ en fonction de v_0 et θ.

3. (1pt) On note $x_{\mathrm{P}}(t)$, $y_{\mathrm{P}}(t)$ et $z_{\mathrm{P}}(t)$ les coordonnées de la position du projectile au temps t. Que valent ces composantes en fonction des paramètres du problème, pour n'importe quelle valeur de t?

4. (1pt) Même question que ci-dessus, mais avec les coordonnées x_{T}, y_{T} et z_{T} du train.

5. (4pt) On note $t_\star$ le temps auquel l'impact a lieu. Déterminer $t_\star$, v_0 et θ en fonction de X_0, V, d et g afin que la collision ait lieu.

6. (2pt) Application numérique: calculer v_0 et θ pour $d = 3m$, $V = 10km/h$ et $X_0 = -7m$.

Question 2: *(11 points)*

On considère une tige rigide de masse négligeable de longueur L et on note A_1 et A_2 ses deux extrêmités. En A_1, une petite boule de taille négligeable et de masse m_1 est fixée, et de même en A_2 avec une boule de masse m_2. La tige est suspendue au plafond par une corde fixée en A_1 et repose en A_2 sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale. Le solide composé de la tige et des deux masses est supposé immobile, la tige formant un angle θ avec l'horizontale. Voir figure 2 pour un récapitulatif.

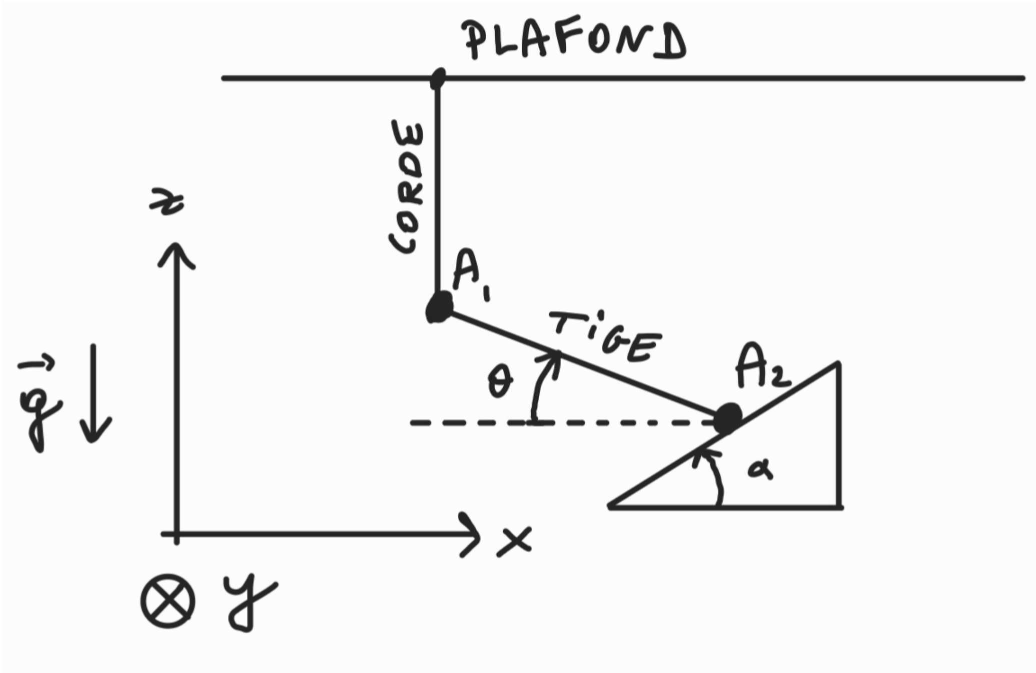

Figure 2: Deux masses sont reliées par une tige suspendue au plafond et posée sur un plan incliné.

Afin de fixer les notations pour les forces, on utilisera $\vec{T}$ pour la force de la corde sur la tige, $\vec{N}$ la réaction du plan incliné, $\vec{P}_1$ et $\vec{P}_2$ pour les vecteurs de poids et $\vec{F}$ pour la force de frottement. On note comme toujours $\vec{g}$ le vecteur d'accélération gravitationnelle. On utilisera de plus le système d'axes x, y et z tel que sur la figure 2.

1. (1pt) Représenter sur la figure 2 toutes les forces agissant sur ce système, en prenant soin de localiser les vecteurs en leur point d'application.

2. (5pt) Exprimer les composantes suivant x, y et z de ces forces en fonction de leur norme et de l'angle α.

5. (1pt) Déterminer le moment de force par rapport à A_2 de $\vec{T}$ en fonction de L, T et de l'angle θ.

6. (1pt) Déterminer le moment de force par rapport à A_2 de $\vec{P}_1$ en terme de L, m_1 et de l'angle θ.

7. (3pt) En utilisant les conditions d'équilibre appropriées, déterminer N, F et T en terme des paramètres du problème.

Question 3: *(6 points)*

On considère un vase en forme de “U” dans lequel on place deux liquides incompressibles, chacun dans une colonne du vase. Les liquides sont de densité volumique de masse ρ_1 et ρ_2 différentes et sont non-miscibles, c'est-à-dire qu'ils ne se mélangent pas. Les deux colonnes du vase sont ouvertes à l'air libre, et on note h_1 et h_2 les hauteurs des liquides. On suppose que $\rho_2 > \rho_1$. Voir figure 3 pour un récapitulatif.

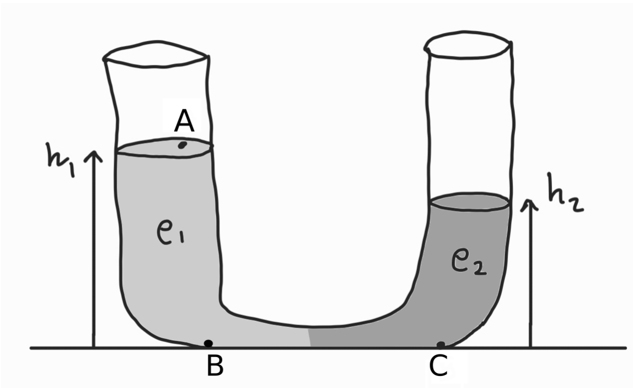

Figure 3: Un vase rempli avec deux liquides de densités différentes.

Le point A se trouve à la surface du liquide de gauche, le point B se trouve dans le liquide de gauche au point le plus bas de la colonne de gauche et le point C se trouve dans le liquide de droite au point le plus bas de la colonne de droite. Le fond du vase étant horizontal, les points B et C sont à la même hauteur.

1. (1pt) Que vaut la pression p_A au point A?

2. (1pt) Que vaut la pression p_B au point B? Exprimez votre réponse en terme de ρ_1 et h_1.

3. (1pt) Même question pour la pression p_C au point C. Exprimez votre réponse en terme de ρ_2 et h_2.

4. (2pt) En utilisant la condition d'équilibre appropriée, montrer que l'on peut calculer le rapport des densités ρ_1/ρ_2 à l'aide de h_1 et h_2.

5. (1pt) Application numérique: calculer ρ_2 en supposant que $\rho_1 = 1000kg/m^3$, $h_1 = 12cm$ et $h_2 = 6cm$.

Question 4: *(9 points)*

On considère un fluide parfait et incompressible, de densité ρ, dans une conduite verticale et ayant un rétrécissement à mi-parcours, voir figure 4. On repère différents points de l'écoulement par A, B et C: le rayon de la conduite en A et C est noté R et celui en B est noté r. On suppose que r est plus petit que R. On suppose également que l'écoulement est non-turbulent et satisfait à la loi de conservation de la masse. On note Q le débit à l'entrée de la conduite et z_A, z_B, z_C les coordonnées des points A, B et C en utilisant l'axe des z comme sur la figure 4. On considère que l'écoulement a lieu dans le sens ascendant.

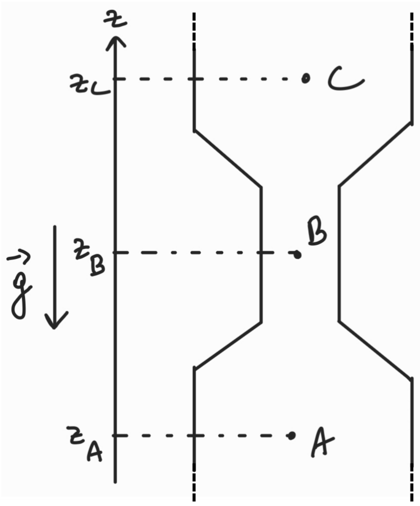

Figure 4: Un fluide s'écoule vers le haut dans une conduite de diamètre variable. On ne montre ici qu'une portion de la conduite, le système n'est pas ouvert à l'atmosphère.

Exprimez toutes vos réponses en fonction des paramètres du problème, à savoir r, R, z_A, z_B, z_C, Q et ρ.

1. (3pt) Que vaut la vitesse du fluide aux points A, B et C?

2. (2pt) Que vaut la différence de pression $p_A - p_B$?

3. (1pt) Que vaut la différence de pression $p_A - p_C$?

4. (2pt) Que doit valoir r pour que la pression en B et en C soit identique?

5. (1pt) On suppose maintenant que le fluide s'écoule non plus vers le haut mais vers le bas dans la conduite. La réponse à la question (4) va-t-elle changer? Si oui, expliquer comment et si non, expliquer pourquoi.

Question 5: *(9 points)*

Deux molécules A et B de $NaCl$ sont disposées comme indiqué sur la figure 5. Chaque molécule est composée d'un ion Na^+ et d'un ion Cl^- considérés comme ponctuels et séparés d'une distance fixe $\ell = 0,21nm$. La séparation minimale entre les deux molécules vaut également ℓ.

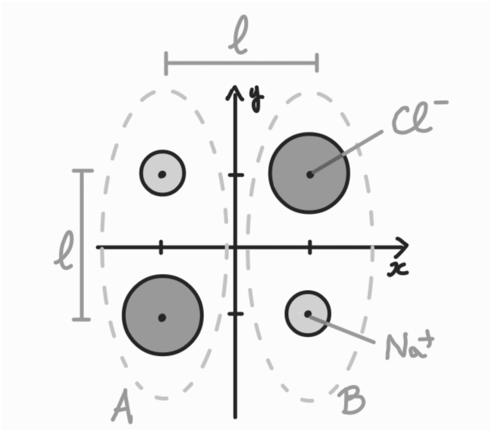

Figure 5: Deux molécules $NaCl$ accolées.

1. (5pt) Calculer la force électrique totale exercée sur l'ion Cl^- de la molécule B. Utilisez le système d'axes x et y défini sur la figure 5.

2. (4pt) Déterminer le travail électrique nécessaire pour extraire ce même ion Cl^- de la molécule B et le déplacer infiniment loin, la position des trois autres ions étant fixée.

QUESTION 6: *(8 points)*

La partie (a) de la figure 6 reprend le principe du débitmètre électromagnétique. Une boucle de courant de rayon $R = 10cm$ applique un champ magnétique $\vec{B}$ sur une portion du tuyau, dont le diamètre est $D = 5cm$ et dans lequel circule de l'eau de ville à vitesse $v = 2cm/s$. La boucle est centrée sur la zone de mesure du débitmètre, qui est de dimension $D \times D$ (zone grisée). Nous considérons que le champ appliqué $\vec{B}$ y est homogène et dirigé comme indiqué sur la partie (b) de la figure 6. Un ion de calcium Ca^{2+} se trouve à l'entrée de la zone de mesure, bien au centre de la section du tuyau; sa masse est $6,7\,10^{-26}kg$.

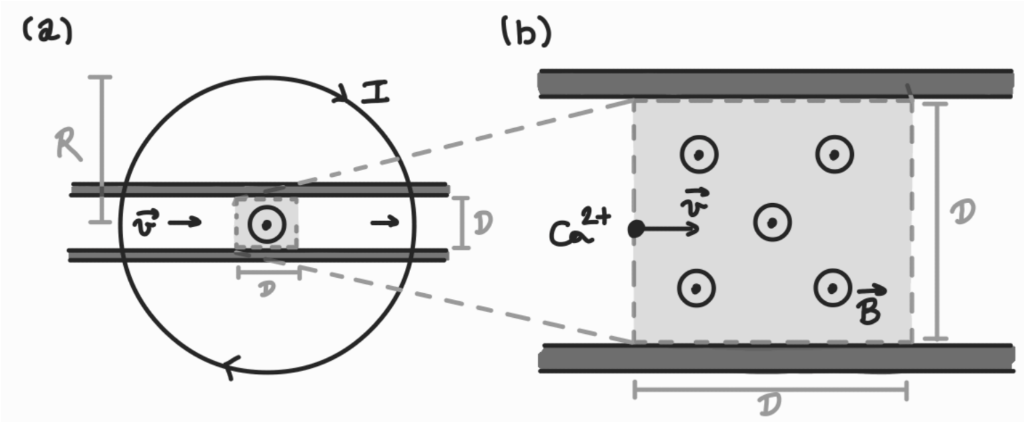

Figure 6: Débitmètre électromagnétique.

1. (1pt) Dessiner sur la partie (b) de la figure 6 quelques exemples de trajectoires.
2. (4pt) Estimer l'intensité B de champ magnétique nécessaire pour que l'ion Ca^{2+} percute la paroi au moment de sortir de la zone de mesure. Pour cette estimation, ne considérez que l'effet de la force magnétique. *(Aide: Quel rayon doit avoir la trajectoire circulaire de l'ion?)*

3. (3pt) Quel courant électrique doit être appliqué à la boucle pour générer ce champ? Exprimez votre réponse en terme du courant I dont le sens positif est défini en partie (a) de la figure 6. *Si vous n'avez pas trouvé de réponse à la sous-question précédente, utilisez $B = 100nT$.*

Aide-mémoire

$\rho_0 = 1000 kg/m^3$	$\\|\vec{A}\\| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$	$1\text{atm} = 101325\text{Pa}$
$g = 10 m/s^2$	$\frac{\mathrm{d}\sin(ax)}{\mathrm{d}x} = a\cos(ax)$	$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\alpha$
$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + p$	$\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$	$\vec{a}_\mathrm{c} = -\omega^2 \vec{r}$
$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$	$\\|\vec{A} \times \vec{B}\\| = AB\sin\theta$	$v = \omega r$
$\cos\alpha = \frac{\text{adjacent}}{H}$	$F_f^{\max} = \mu N$	$Q = Av$
$P = \frac{\mathrm{d}E_\mathrm{c}}{\mathrm{d}t}$	$V = \frac{4}{3}\pi R^3$	$A = \pi R^2$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y, A_z B_x - A_x B_z, A_x B_y - A_y B_x)$$

$e = 1,6\, 10^{-19}\, C$	$\epsilon_0 = 8,9\, 10^{-12}\, \frac{A^2 s^4}{kg\, m^3}$	$\mu_0 = 4\pi\, 10^{-7}\, \frac{Tm}{A}$
$1nX = 10^{-9}X$ (nano)	$1pX = 10^{-12}X$ (pico)	$1fX = 10^{-15}X$ (femto)
$\vec{F}_{Q/q} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r}$	$\vec{F}_{\vec{E}/q} = q\vec{E}$	$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r}$
$\sigma = Q/A$	$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{n}$	$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{n}$
$\frac{1}{2}mv^2 + qV$	$\Delta V = EL$	$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$
$\Delta V = RI$	$R = \frac{L}{S}\frac{1}{\sigma}$	$I = env_e S$
$R = R_1 + R_2$	$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$	$P = \Delta V I$
$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$	$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$
$B = \mu_0 \frac{N}{L} I$	$d\vec{F}_{\vec{B}/I} = Id\vec{\ell} \times \vec{B}$	$F_{I_1/I_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d}$
$\vec{F}_{\vec{B}/q} = q\vec{v} \times \vec{B}$	$\vec{v} \perp \vec{v} \times \vec{B}$	$R_L = \frac{mv}{\lvert q\rvert B}$