Q1

1. $\boxed{\vec{g} = (0, 0, -g)}$

2. $\boxed{\vec{v_0} = v_0\,(0, \cos\theta, \sin\theta)}$

3. $\vec{r_p}(t) = \vec{r_0} + \vec{v_0}\,t + \frac{1}{2}\vec{g}\,t^2$

$\vec{r_0} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{cases} x_p(t) = 0 \\ y_p(t) = v_0 t \cos\theta \\ z_p(t) = v_0 t \sin\theta - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}}$$

4. $\vec{r_T}(t) = \vec{R_0} + \vec{V}\,t$

$\vec{R_0} = (X_0, d, 0)$ $\qquad \vec{V} = (V, 0, 0)$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{cases} x_T(t) = X_0 + Vt \\ y_T(t) = d \\ z_T(t) = 0 \end{cases}}$$

5. $\vec{r}_p(t_*) = \vec{r}_T(t_*)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_p(t_*) = x_T(t_*) \\ y_p(t_*) = y_T(t_*) \\ z_p(t_*) = z_T(t_*) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 = X_0 + V t_* & (1) \\ v_0 t_* \cos\theta = d & (2) \\ v_0 t_* \sin\theta - \frac{1}{2} g t_*^2 = 0 & (3) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow \boxed{t_* = -\frac{X_0}{V}}$$

$$(2) \Rightarrow v_0 \cos\theta = d/t_* = -\frac{dV}{X_0}$$

$$(3) \Rightarrow v_0 \sin\theta = \frac{1}{2} g \left(\frac{-X_0}{V}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{v_0 = \sqrt{\left(\frac{dV}{X_0}\right)^2 + \left(\frac{g X_0}{2V}\right)^2}}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{2}\left(\frac{-g X_0}{V}\right) \cdot \left(\frac{-X_0}{dV}\right) = \frac{g X_0^2}{2dV^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\tan\theta = \frac{g X_0^2}{2d V^2}}$$

6. $d = 3m$ $\quad V = 10\ km/h$ $\quad X_0 = -7m$

$$\Rightarrow t_* = -\frac{-7m}{10\,(1000/3600\ m/s)}$$

$$\Rightarrow t_* = 2{,}5\ s.$$

$$v_0 = \sqrt{\left(\frac{3m \times 10/3{,}6\ m/s}{7m}\right)^2 + \left(\frac{10m/s^2\ 7m}{2\times 10/3{,}6\ m/s}\right)^2}$$

$$= \sqrt{(1{,}19m/s)^2 + (12{,}6m/s)^2}$$

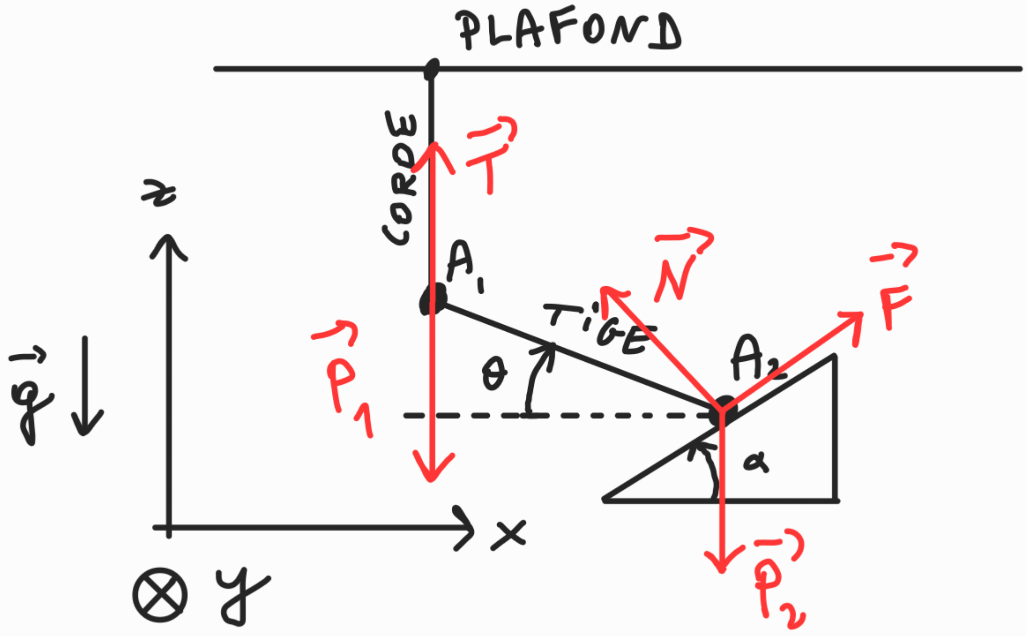
$$\Rightarrow \boxed{v_0 = 12{,}7m/s}$$

$$\tan\theta = \frac{10m/s^2\,(7m)^2}{2\times 3m\,(10/3{,}6\ m/s)^2} = 10{,}584$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l}\theta = \arctan(10{,}584) = 1{,}47\ rad \\ \theta = 84{,}6^\circ\end{array}}$$

Q2

1.



2.

$$\boxed{\begin{array}{ll} \vec{P}_1 = (0, 0, -P_1) & P_1 = m_1 g \\ \vec{P}_2 = (0, 0, -P_2) & P_2 = m_2 g \\ \vec{T} = (0, 0, T) & \\ \vec{F} = (F\cos\alpha, 0, F\sin\alpha) & \\ \vec{N} = (-N\sin\alpha, 0, N\cos\alpha) & \end{array}}$$

3. $\vec{\tau}_{A_2}(\vec{T}) = L\,T\cos\theta\,(0, 1, 0)$

4. $\vec{\tau}_{A_2}(\vec{P}_1) = L\,P_1\cos\theta\,(0, -1, 0)$

5. $\sum \overrightarrow{Force} = \vec{0}$

$\sum \overrightarrow{Moment\ de\ force} = \vec{0}$

$$\vec{P_1} + \vec{T} + \vec{P_2} + \vec{N} + \vec{F} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F\cos\alpha = N\sin\alpha & (1) \\ -P_1 - P_2 + T + F\sin\alpha + N\cos\alpha = 0 & (2) \\ L\,T\cos\theta - L\,P_1\cos\theta = 0 & (3) \end{cases}$$

$(3) \Rightarrow T = P_1 \Rightarrow \boxed{T = m_1 g}$

$(2) \Rightarrow P_2 = F\sin\alpha + N\cos\alpha$

$(1) \Rightarrow F = \tan\alpha\, N$

$$\Rightarrow P_2 = N\left(\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha} + \cos\alpha\right)$$

$$= \frac{N}{\cos\alpha} \Rightarrow \boxed{N = m_2 g \cos\alpha}$$

$$F = \tan\alpha\, m_2 g \cos\alpha \Rightarrow \boxed{F = m_2 g \sin\alpha}$$

Q3

1. Equilibre avec la pression atm.

$$\Rightarrow \boxed{p_A = p_{atm}}$$

2. Loi de Pascal :

$$p_B = p_A + \rho_1 g h_1$$

$$\Rightarrow \boxed{p_B = p_{atm} + \rho_1 g h_1}$$

3. Idem :

$$\boxed{p_C = p_{atm} + \rho_2 g h_2}$$

4. Toujours en vertu de la loi de Pascal, comme les points B et C sont à la même hauteur, on doit avoir

$$p_B = p_C .$$

Ainsi on trouve :

$$P_{atm} + \rho_1 g h_1 = P_{atm}\ \rho_2 g h_2$$

$$\Leftrightarrow \quad \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1}}$$

5. $\rho_1 = 1000\ kg/m^3$, $h_1 = 12\,cm$, $h_2 = 6\,cm$

$$\Rightarrow \rho_2 = \frac{h_1}{h_2}\rho_1 = \frac{12\,cm}{6\,cm}\,1000\ kg/m^3$$

$$\Rightarrow \boxed{\rho_2 = 2000\ kg/m^3}$$

Q4

1. Formule pour le débit :

$$Q = A v$$

aire de la conduite

vitesse du fluide

Par conservation du débit,

on a

$$Q = Q_A = Q_B = Q_C .$$

De plus :

$$Q_A = \pi R^2 v_A$$

$$Q_B = \pi r^2 v_B$$

$$Q_C = \pi R^2 v_C$$

Donc :

$$\boxed{v_A = \frac{Q}{\pi R^2} \qquad v_B = \frac{Q}{\pi r^2} \qquad v_C = \frac{Q}{\pi R^2}}$$

2. Théorème de Bernoulli :

$$\frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A + p_A$$

$$= \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B + p_B$$

$$\Longrightarrow p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho\left(v_B^2 - v_A^2\right) + \rho g\left(z_B - z_A\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho\frac{Q^2}{\pi^2}\left(\frac{1}{r^4} - \frac{1}{R^4}\right) + \rho g\left(z_B - z_A\right)}$$

3. Raisonnement similaire ; on trouve :

$$p_A - p_C = \frac{1}{2}\rho\left(v_C^2 - v_A^2\right) + \rho g\left(z_C - z_A\right)$$

Cette fois on a $v_C = v_A$, donc

$$\boxed{p_A - p_C = \rho g\left(z_C - z_A\right)}$$

4. $p_B = p_C$?

On a

$$p_B - p_C = \rho g\left(z_C - z_B\right) + \frac{1}{2}\rho\frac{Q^2}{\pi^2}\left(\frac{1}{R^4} - \frac{1}{r^4}\right)$$

$\Rightarrow$ on veut

$$\frac{eQ^2}{2\pi^2}\left(\frac{1}{R^4}-\frac{1}{r^4}\right)=eg\left(z_B-z_C\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{r^4}=\frac{1}{R^4}-\frac{2\pi^2 eg}{eQ^2}\left(z_B-z_C\right)$$

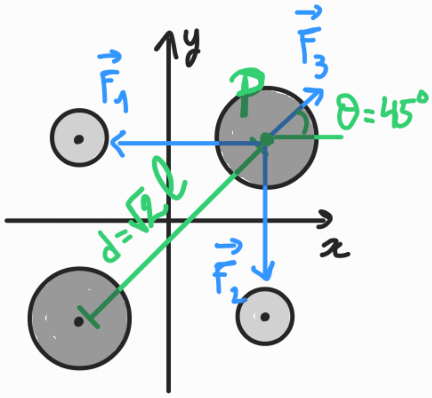
$$=R^{-4}-\frac{2\pi^2 g}{Q^2}\left(z_B-z_C\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{r=\left(R^{-4}-\frac{2\pi^2 g}{Q^2}\left(z_B-z_C\right)\right)^{-1/4}}$$

5. La réponse ne va pas changer.
En fait, le signe de la vitesse n'intervient nul part dans ces calculs, car c'est la combinaison "v^2" qui intervient.

Examen MEDE-DENT Juin 2022

CORRECTIF QUESTION 5 (9 pt)



1. (5 pt)

- Force $\vec{F}_1$ exercée par Na^+ de A :

$$F_{1x} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \ell^2} \qquad F_{1y} = 0$$

- Force $\vec{F}_2$ exercée par Na^+ de B :

$$F_{2x} = 0 \qquad F_{2y} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \ell^2}$$

- Force $\vec{F}_3$ exercée par Cl^- de A :

$$F_{3x} = \frac{e^2 \cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 d^2} = \frac{e^2}{\sqrt{2}\, 8\pi\varepsilon_0 \ell^2} \qquad F_{3y} = \frac{e^2 \sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 d^2} = \frac{e^2}{\sqrt{2}\, 8\pi\varepsilon_0 \ell^2}$$

$d = \sqrt{2}\,\ell$, $\theta = 45°$

- Force totale $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$:

$$F_x = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \ell^2}\left(-1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) = -3.4 \text{ mN} \qquad F_y = F_x = -3.4 \text{ mN}$$

NOTE Résolution alternative plus géométrique acceptée même si le système x, y n'est pas utilisé. Réponse type :

$$F = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \ell^2}\left(\sqrt{2} - 1/2\right) = 4.7 \text{ mN du } Cl^- \text{ de B vers le } Cl^- \text{ de A}$$

2. (4 pt)

- Situation initiale : Cl^- de B en position P initiale
  Situation finale : Cl^- de B à l'infini
- Travail W nécessaire :

$$W = -e\,V(\infty) - [-e\,V(P)] = e\,V(P)$$

où P est la position initiale du Cl^- de B

- $$V(P) = V_{Na^+ \text{ de } A}(P) + V_{Na^+ \text{ de } B}(P) + V_{Cl^- \text{ de } A}(P)$$

$$= \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 \ell} + \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 \ell} + \frac{-e}{4\pi\varepsilon_0 d} = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 \ell}\left(2 - 1/\sqrt{2}\right)$$

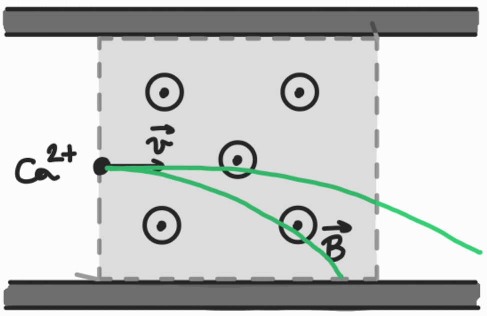
$d = \sqrt{2}\,\ell$

- $$W = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \ell}\left(2 - 1/\sqrt{2}\right) = 1.4\ 10^{-18} \text{ J}$$

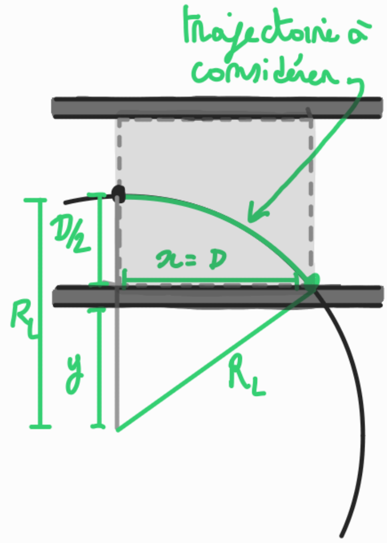
Examen MEDE-DENT Juin 2022

CORRECTIF QUESTION 6 (8 PT)

1. (1 pt)



2. (4 pt)



- Trajectoire circulaire de rayon

$$R_L = \frac{mv}{qB}$$

avec $q = 2e$

- Intensité magnétique en fonction de R_L

$$B = \frac{mv}{2e R_L}$$

- Rayon pour trajectoire considérée :

$$R_L^2 = x^2 + y^2 \qquad \text{où } x = D,\ y = R - D/2$$

$$= D^2 + (R_L - D/2)^2$$

$\hookrightarrow R_L = 5D/4$

- Intensité magnétique :

$$B = \frac{2mv}{5eD} = 6.7\ 10^{-8}\,T$$

3. (3 pt)

- Champ au centre d'une boucle :

$$B = \frac{\mu_0 |I|}{2R}$$

- D'après le sens du courant I et l'orientation de $\vec{B}$, il faut $I < 0$
- $\hookrightarrow I = -\frac{2RB}{\mu_0} = -10.7\,mA$

NOTE Pas de pénalité si réponse donnée est du type : "$I = 10.7\,mA$ dans le sens opposé à celui de la figure"