

BA1 en Médecine et en Sciences Dentaires

Examen**Nom:****Prénom:****Matricule:****Section:**

Q1: /16	Q2: /10	Q3: /11
Q4: /10	Q5: /14	Q6: /14

Instructions: L'usage de documents n'est pas autorisé. L'examen dure 3 heures. Il y a 6 questions. Vous êtes responsables de vérifier que cet examen comporte bien 14 pages. Vous n'êtes pas autorisés à dégraffer les pages de l'examen. Vous êtes autorisés à utiliser une calculatrice (pas de smartphone). Un aide-mémoire vous est fourni à la fin de ce document. Vous pouvez utiliser les résultats du cours théorique sans démonstration, mais pour le reste justifiez bien toutes vos réponses. Les valeurs numériques peuvent être arrondies au 2e chiffre significatif. Sauf indication contraire, tous les résultats numériques doivent être exprimés dans les unités du Système International. Vous pouvez prendre $g = 10m/s^2$ et $\rho_0 = 1000kg/m^3$.

Lorsqu'il vous est demandé de dessiner une force sur un schéma, on demande que la direction et le sens soient le plus précis possible, mais la norme ne doit pas nécessairement être à l'échelle.

Veillez répondre à chaque question dans l'espace prévu à cet effet après chaque énoncé. S'il vous manque de la place, vous pouvez faire référence au verso d'une des feuilles d'examen pour indiquer où se trouve votre réponse. Veillez à indiquer *très clairement* si vous recourez à ce système. Enfin, le verso des feuilles d'examen peut-être également utilisé comme brouillon pour vos calculs et raisonnements.

Note finale: Le nombre total de points, sur les 6 questions, s'élève à 75 points. Le nombre de points obtenus est rapporté sur 20, et la note de l'examen est alors obtenue en arrondissant à l'entier le plus proche.

QUESTION 1: (16 points)

On considère un corps ponctuel lancé depuis le sol dans le champ de pesanteur. Sa vitesse initiale \vec{v}_0 fait un angle $\theta = 21^\circ$ avec l'horizontale, et sa norme v_0 est inconnue. A une distance $L = 6m$ se trouve une cible, posée au sol, et on désire faire atterrir le projectile sur la cible. On note \vec{v}_c la vitesse à l'instant de la collision avec le sol, et on note α l'angle qu'elle fait avec l'horizontale. On se réfère à la figure 1 pour le système d'axes Oxz à utiliser dans cette question ainsi qu'aux sens utilisés pour mesurer les angles.

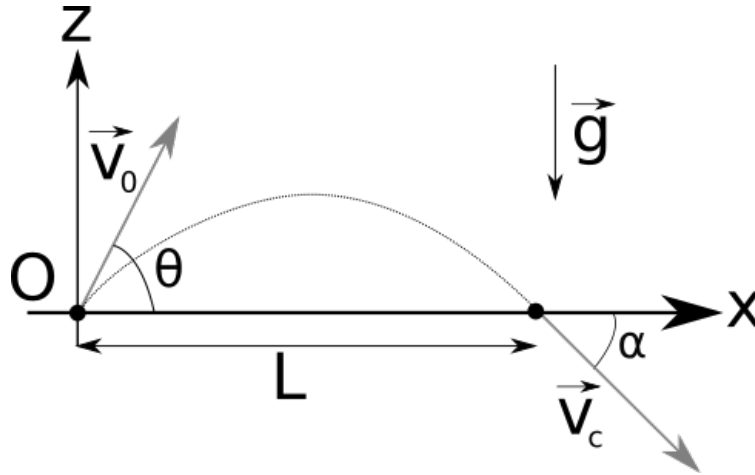


Figure 1: Un corps ponctuel est lancé depuis le point O avec une vitesse initiale \vec{v}_0 .

1. (1pt) Donner les composantes du vecteur d'accélération gravitationnelle \vec{g} .
2. (1pt) Exprimer les composantes du vecteur de vitesse initiale \vec{v}_0 en fonction de la norme v_0 et de θ .
3. (2pt) Que valent les composantes $v_x(t)$ et $v_z(t)$ du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ du projectile? Exprimer le résultat en fonction de g , θ et de l'inconnue v_0 .
4. (2pt) Même question que ci-dessus, mais cette fois pour les composantes $x(t)$ et $z(t)$ du vecteur position $\vec{r}(t)$.

5. (6pt) On note t_c le moment de l'impact avec le sol. Déterminer la valeur de v_0 et de t_c .

6. (2pt) Calculer les composantes $v_{c,x}$ et $v_{c,z}$ de la vitesse \vec{v}_c au moment de l'impact.

7. (2pt) Déterminer l'angle α .

QUESTION 2: (10 points)

Dans le champ de pesanteur, on considère un corps ponctuel en un point P de masse $m = 25\text{kg}$ attaché à une corde. La corde est attachée à son autre extrémité en un point fixe O . Le corps est en mouvement circulaire uniforme dans le plan horizontal Oxy , le centre de rotation C étant situé sur l'axe vertical passant par O . On note α l'angle que fait la corde avec la verticale Oz . Dans toute cette question, on s'intéresse à l'instant représenté sur la figure 2, où le vecteur \overrightarrow{PC} est parallèle à l'axe Ox .

La corde est de longueur $L = 1.30\text{m}$, la vitesse angulaire ω vaut $2.5\pi\text{rad/s}$.

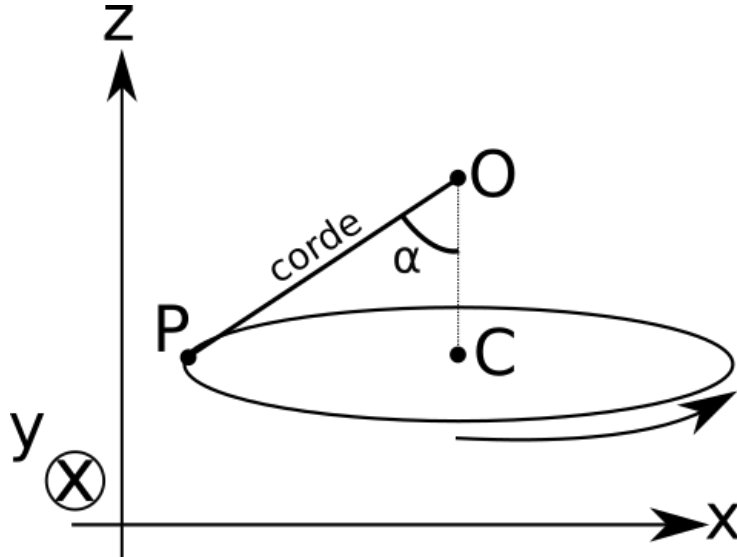


Figure 2: Une masse en P suspendue par une corde est maintenue en mouvement circulaire uniforme de centre C .

1. (1pt) Que vaut le rayon R de ce mouvement circulaire uniforme? Vous pouvez laisser α indéterminé dans votre réponse.
2. (1pt) Représenter toutes les forces qui s'exercent sur le corps au point P sur la figure 2.
3. (1pt) Décomposer la force \vec{T} exercée par la corde sur la masse m en fonction de la tension T et de l'angle α . Vous pouvez laisser la tension T et l'angle α indéterminés dans ces formules.

4. (6pt) En utilisant la loi de physique appropriée, déterminer la valeur numérique de l'angle α et de la tension T . (*Aide: on rappelle que pour un MCU, l'accélération du corps satisfait à une relation bien spécifique.*)

5. (1pt) On suppose que si la tension dans la corde dépasse la valeur critique $T_c = 5000N$, la corde cède. Quelle est la valeur maximale ω_{\max} que peut prendre la vitesse angulaire afin que la corde ne cède pas? Donner la valeur numérique.

QUESTION 3: (11 points)

On considère un cheval immobile de masse m dont seuls trois de ses sabots sont en contact avec le sol, sa jambe antérieure (c'est-à-dire à l'avant) gauche étant fléchie. Les points de contact avec le sol sont notés P_1, P_2 et P_3 , respectivement pour les sabots postérieur (arrière) gauche, postérieur droit, et antérieur droit. La distance entre P_1 et P_2 est notée d et celle entre P_2 et P_3 est notée L . On utilise le système d'axes $Oxyz$ tel que représenté sur la figure 3, où le point O est confondu avec le point P_2 et le centre de gravité C_G est déterminé par rapport au point P_2 par la formule

$$\overrightarrow{P_2 C_G} = \left(\frac{3L}{4}, \frac{d}{5}, h \right).$$

Le but de cette question est de déterminer les normes des forces normales \vec{N}_1, \vec{N}_2 et \vec{N}_3 exercées par le sol sur les trois sabots posés au sol.

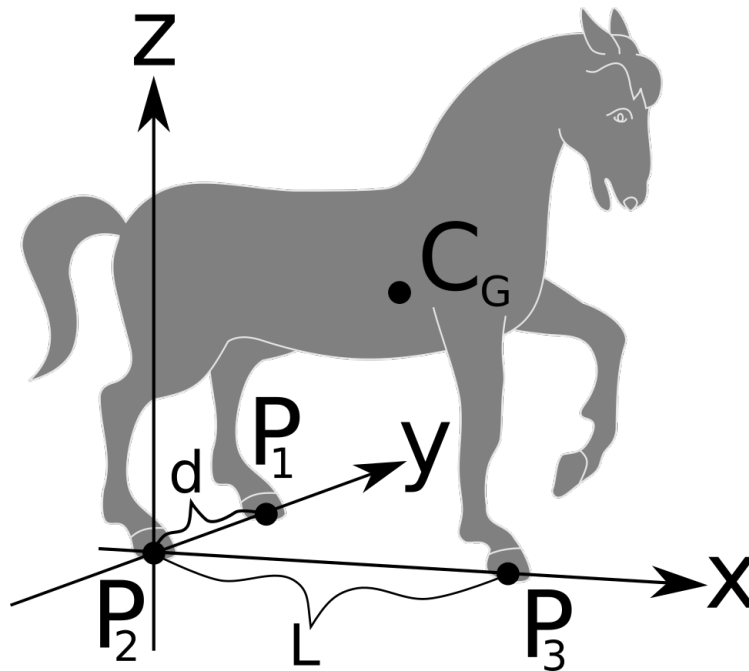


Figure 3: Un cheval est en appui sur trois de ses jambes.

1. (2pt) Que vaut la somme $\vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{N}_3$?

2. (3pt) Calculer le moment de force par rapport à P_2 des forces \vec{N}_1, \vec{N}_2 et \vec{N}_3

3. (2pt) Déterminer le moment de force par rapport à P_2 du poids total \vec{P} du cheval.
Aide: afin de calculer le produit vectoriel, vous pouvez utiliser la formule suivante valable pour n'importe quels nombres A, B, C et D :

$$(A, B, C) \times (0, 0, D) = (BD, -AD, 0)$$

4. (4pt) Déterminer les normes de toutes les forces normales \vec{N}_1, \vec{N}_2 et \vec{N}_3

QUESTION 4: (10 points)

On considère un ressort de constante de rappel k , horizontal et attaché à son extrémité gauche à un mur et à son extrémité droite à un bloc de masse m que nous considérons comme un corps ponctuel. Le bloc est posé sur une table horizontale, et on note μ_d le coefficient de frottement dynamique entre le bloc et la table. On note P_0 la position d'équilibre du ressort. La position initiale du bloc, que nous notons P_i , est située à gauche du point P_0 (voir figure 4), de sorte que le ressort est comprimé à l'instant initial. La vitesse initiale du bloc est nulle.

Afin de fixer les notations, on note t_i l'instant initial du problème, et on note t_f l'instant final qui correspond au moment où le bloc arrive en P_0 pour la première fois.

On note d la norme de $\overrightarrow{P_0P_i}$, et on positionne notre point de référence O au point d'attache du ressort avec le mur. L'énergie potentielle gravitationnelle est donc nulle dans tout ce problème.

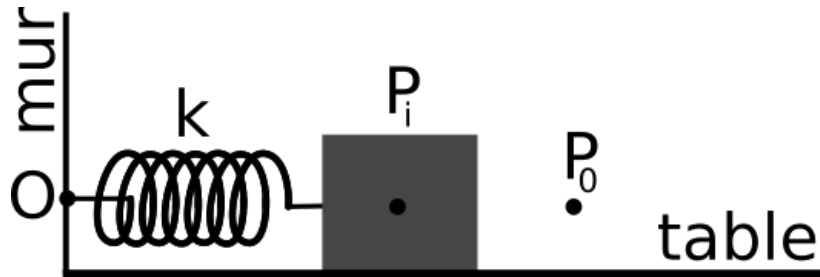


Figure 4: Un ressort est comprimé avant d'être relâché, poussant un bloc sur une table.

1. (2pt) Que vaut l'énergie mécanique initiale E_i du bloc? Exprimer votre réponse en fonction de k et de d .

2. (2pt) Que vaut la norme de la force de frottement F_d ? Donner également son sens lorsque le bloc se déplace depuis P_i vers P_0 .

QUESTION 5 (14 points)

Vous allez examiner la disposition des électrons de valence de l'atome oxygène (figure 5, partie a). L'oxygène est caractérisé par quatre orbitales $2sp^3$, deux contenant chacune un électron (notés A et B) et deux remplies par deux électrons (collectivement notées C). Ces orbitales sont placées autour d'un centre de charge positive $q = +6e$ (qui rassemble le noyau et les deux électrons internes, collectivement notés D). Une tentative de modèle simplifié est donné en partie (b) de la figure 5: Les deux électrons simples A et B et le centre D sont considérés comme des charges ponctuelles. Les orbitales remplies C sont remplacées par une plaque chargée infinie et homogène, dont la densité de charge peut être estimée à $\sigma = -15C/m^2$ sur base de données atomiques. Votre but est d'utiliser ce modèle pour estimer la taille ℓ des orbitales A et B et l'angle θ qui les sépare.

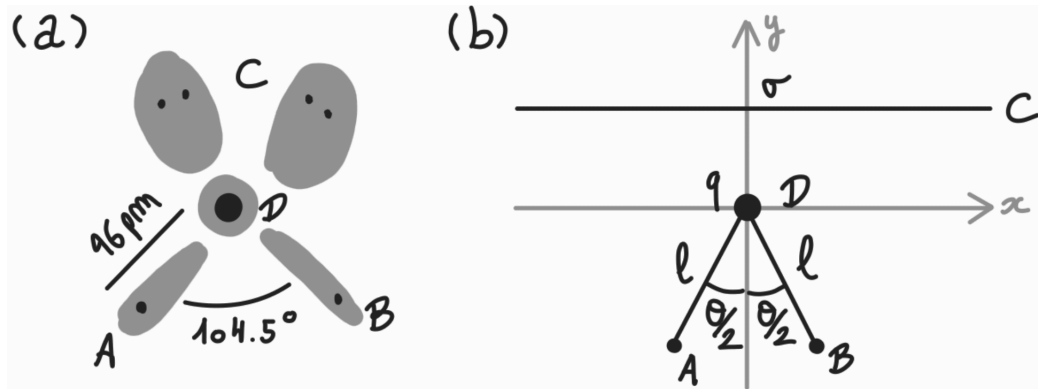


Figure 5: Atome d'oxygène. (a) Disposition des orbitales électroniques. (b) Modèle simplifié.

- (6pt) Dans un premier temps, déterminez les 3 forces électriques \vec{F}_B , \vec{F}_C et \vec{F}_D exercées sur l'électron A par l'électron B , la plaque C et le centre D , respectivement. Exprimez votre réponse en fonction des constantes (ϵ_0 , e , σ) et paramètres (ℓ , θ) du problème, et utilisez le système d'axes défini sur la figure 5 (partie b).

QUESTION 6 (14 points)

Vous aller examiner le principe de fonctionnement d'un senseur à effet Hall que nous avons utilisé en cours lors de nos mesures de champs magnétiques. La figure 6 montre un schéma du dispositif en perspective (partie a) et vu du dessus (partie b) avec son système d'axes x, y, z . Le senseur est un cube en cuivre plein de côtés $L = 100\mu\text{m}$ relié à un fil conducteur parallèle à l'axe y et passant par le centre du senseur. Ce cube est connecté en série à une source de voltage $\mathcal{E} = 1.65\text{V}$ et à une résistance $R = 1500\Omega$. (Nous négligerons les résistances des fils et du senseur.) Deux électrodes placées sur les côtés mesurent une différence de potentiel latérale de $V_1 - V_2 = -2.5\text{pV}$. Le champ magnétique ambiant \vec{B} pointe selon les z positifs; votre but est de déterminer son intensité B .

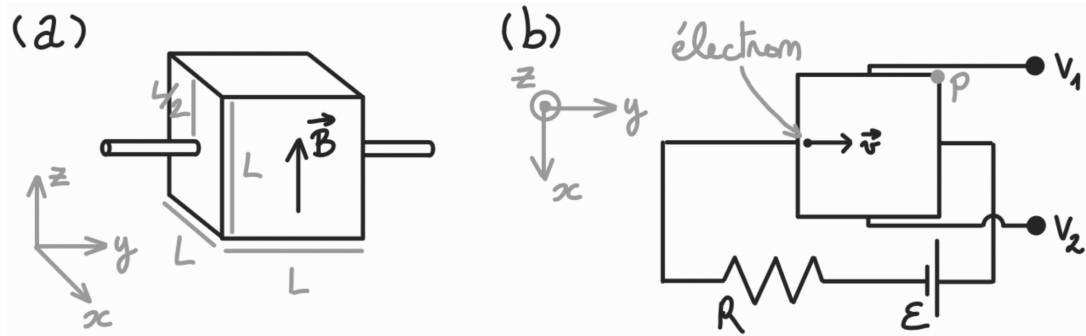


Figure 6: Senseur à effet Hall. (a) Géométrie du senseur et champ magnétique, vue en perspective. (b) Dispositif incluant circuit, vue du dessus.

- (3pt) Considérons un électron ponctuel à l'intérieur du senseur, juste à droite de la jonction fil/senseur d'entrée (voir partie b de la figure 6). Déterminez la norme de sa vitesse v , sachant que la densité d'électrons de conduction vaut $n = 85/\text{nm}^3$ dans le cuivre.
- (3pt) Un champ électrique \vec{E} est induit à l'intérieur du senseur par l'action de la force de Lorentz. Supposant ce champ homogène et à l'équilibre, déterminez ses composantes E_x, E_y, E_z en fonction de v et de B . (Aide: Lorsque le champ électrique est à l'équilibre, l'électron suit une trajectoire rectiligne.)

3. (3pt) Déterminez B en fonction de la mesure $V_1 - V_2$ et des autres paramètres du problème, et déterminez sa valeur numérique. (*Aide: Quelle est la relation entre le champ électrique induit et la différence de potentiel latérale?*) Si vous n'avez pas trouvé de réponse à la première sous-question, utilisez $v = 10\mu\text{m/s}$.
4. (4pt) La plus petite intensité magnétique B_{\min} détectable par le senseur peut être estimée par la situation où l'électron entrant percuterait le point P indiqué sur la figure 6 (partie b) en l'absence du champ électrique induit. Déterminez la valeur de B_{\min} numériquement sachant que la masse de l'électron vaut $9.1 \times 10^{-31}\text{kg}$. (*Aide: Quel rayon doit avoir la trajectoire circulaire de l'électron?*) Si vous n'avez pas trouvé de réponse à la première sous-question, utilisez $v = 10\mu\text{m/s}$.
5. (1pt) Expliquez succinctement pourquoi un champ magnétique d'intensité $B < B_{\min}$ ne pourra effectivement pas être détecté.

AIDE-MÉMOIRE

$$\begin{array}{lll}
 \rho_0 = 1000 \text{kg/m}^3 & \|\vec{A}\| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} & 1 \text{atm} = 101325 \text{Pa} \\
 g = 10 \text{m/s}^2 & \frac{d \sin(ax)}{dx} = a \cos(ax) & \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha \\
 \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z + p & \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha & \vec{a}_c = -\omega^2 \vec{r} \\
 \vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta & \|\vec{A} \times \vec{B}\| = AB \sin \theta & v = \omega r \\
 \cos \alpha = \frac{\text{adjacent}}{H} & F_s^{\text{max}} = \mu N & Q = Av \\
 E_P = \frac{1}{2} k r^2 & E_P = -m \vec{g} \cdot \vec{r} & W = \vec{f} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \\
 A = \pi R^2 & \Delta E = W &
 \end{array}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y, A_z B_x - A_x B_z, A_x B_y - A_y B_x)$$

$$\begin{array}{lll}
 e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{C} & \epsilon_0 = 8.9 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A}^2 \text{s}^4}{\text{kg m}^3} & \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}} \\
 1 \text{nX} = 10^{-9} \text{X (nano)} & 1 \text{pX} = 10^{-12} \text{X (pico)} & 1 \text{fX} = 10^{-15} \text{X (femto)} \\
 \vec{F}_{Q/q} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} & \vec{F}_{\vec{E}/q} = q\vec{E} & \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \\
 \sigma = Q/A & \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{n} & \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n} \\
 \frac{1}{2} m v^2 + qV & \Delta V = EL & V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \\
 \Delta V = RI & R = \frac{L}{S} \frac{1}{\sigma} & I = env_e S \\
 R = R_1 + R_2 & \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & P = \Delta VI \\
 d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2} & B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} & B = \frac{\mu_0 I}{2R} \\
 B = \mu_0 \frac{N}{L} I & d\vec{F}_{\vec{B}/I} = Id\vec{\ell} \times \vec{B} & F_{I_1/I_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d} \\
 \vec{F}_{\vec{B}/q} = q\vec{v} \times \vec{B} & \vec{v} \perp \vec{v} \times \vec{B} & R_L = \frac{mv}{|q|B}
 \end{array}$$