

BA1 en Médecine et en Sciences Dentaires

Examen**Nom:****Prénom:****Matricule:****Section:**

| | | |
|---------|---------|---------|
| Q1: /9 | Q2: /10 | Q3: /13 |
| Q4: /11 | Q5: /12 | Q6: /14 |

Instructions: L'usage de documents n'est pas autorisé. L'examen dure 3 heures. Il y a 6 questions. Vous êtes responsables de vérifier que cet examen comporte bien 14 pages. Vous n'êtes pas autorisés à dégraffer les pages de l'examen. Vous êtes autorisés à utiliser une calculatrice (pas de smartphone). Un aide-mémoire vous est fourni à la fin de ce document. Vous pouvez utiliser les résultats du cours théorique sans démonstration, mais pour le reste justifiez bien toutes vos réponses. Les valeurs numériques peuvent être arrondies au 2e chiffre significatif. Sauf indication contraire, tous les résultats numériques doivent être exprimés dans les unités du Système International. Vous pouvez prendre $g = 10m/s^2$ et $\rho_0 = 1000kg/m^3$.

Lorsqu'il vous est demandé de dessiner une force sur un schéma, on demande que la direction et le sens soient le plus précis possible, mais la norme ne doit pas nécessairement être à l'échelle.

Veillez répondre à chaque question dans l'espace prévu à cet effet après chaque énoncé. S'il vous manque de la place, vous pouvez faire référence au verso d'une des feuilles d'examen pour indiquer où se trouve votre réponse. Veillez à indiquer *très clairement* si vous recourez à ce système. Enfin, le verso des feuilles d'examen peut-être également utilisé comme brouillon pour vos calculs et raisonnements.

Note finale: Le nombre total de points, sur les 6 questions, s'élève à 69 points. Le nombre de points obtenus est rapporté sur 20, et la note de l'examen est alors obtenue en arrondissant à l'entier le plus proche.

QUESTION 1: (9 points)

On considère deux corps ponctuels dans le champ de pesanteur. Le corps 1 est lancé depuis un point situé à une hauteur h_1 du sol avec une vitesse initiale \vec{v}_0 , dont la norme v_0 et l'angle θ formé avec la verticale sont inconnus. Au même instant, le corps 2 est lâché sans vitesse initiale depuis une hauteur h_2 et à une distance L de O le long de l'axe Ox . Le point O est à la hauteur du sol et on suppose que $h_1 < h_2$.

Le but de cette question est de déterminer les valeurs de v_0 et θ tels que les deux corps entrent en collision.

On se réfère à la figure 1 pour le système d'axes Oxz à utiliser dans cette question.

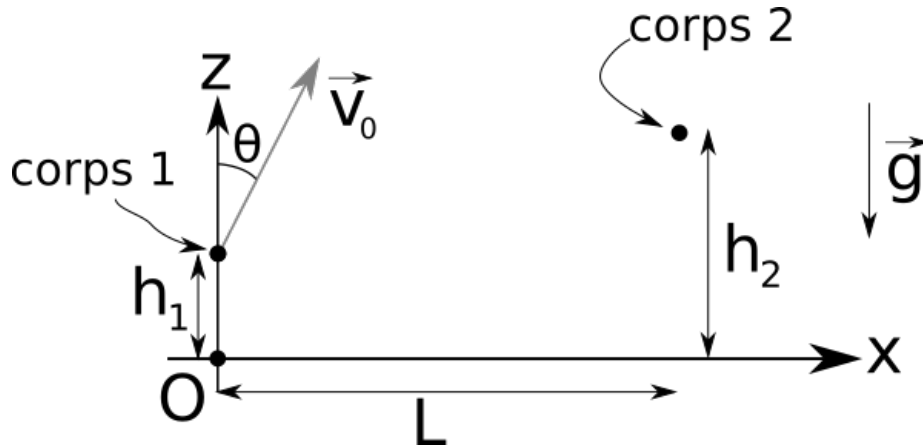


Figure 1: Le corps 1 est lancé d'une hauteur h_1 au dessus du point O , et au même instant le corps 2 est lâché comme expliqué dans le texte.

1. (1pt) Donner les composantes du vecteur accélération gravitationnelle \vec{g} .
2. (1pt) Exprimer les composantes du vecteur vitesse initiale \vec{v}_0 en fonction de la norme v_0 et de θ .
3. (1pt) Que valent les composantes $x_1(t)$ et $z_1(t)$ du vecteur position $\vec{r}_1(t)$ du premier corps? Exprimer le résultat en fonction de g, h_1 et des inconnues v_0 et θ .
4. (1pt) Que valent les composantes $x_2(t)$ et $z_2(t)$ du vecteur position $\vec{r}_2(t)$ du second corps? Exprimer le résultat en fonction de g et des paramètres h_2 et L .

5. (2pt) Déterminer la valeur que doit prendre θ pour que la collision ait lieu. Exprimer votre réponse en fonction des paramètres du problème h_1 , h_2 , L et g .
6. (3pt) Si on suppose que l'impact a lieu à une hauteur de $z_c = h_2/2$ par rapport au point O , que vaut le temps d'impact t_c et v_0 en fonction des paramètres h_1 , h_2 , L et g ?

QUESTION 2: (10 points)

On considère un corps ponctuel de masse M entrant en collision avec un corps ponctuel de masse m . Avant la collision, la vitesse \vec{V} du premier corps est dirigée vers le bas sur la figure 2 et celle du second corps, notée \vec{v} , est dirigée vers la gauche. Après la collision, on suppose que les deux corps fusionnent en un seul corps ponctuel de masse $M + m$, et on note \vec{V}' sa vitesse. L'angle formé par \vec{V}' et la verticale est noté α . On néglige les effets de frottement et de la gravitation dans ce problème.

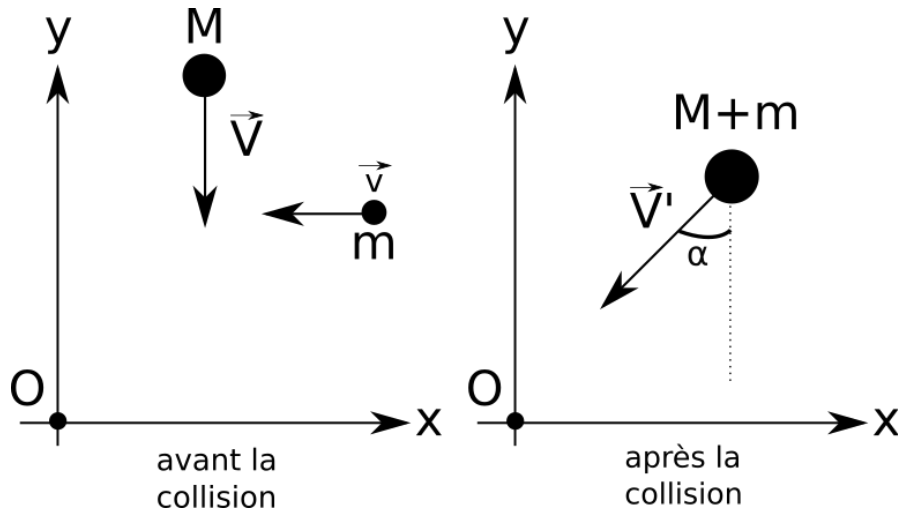


Figure 2: Deux corps de masse M et m entrent en collision. Après la collision, ils ont fusionné en un corps ponctuel de masse $M + m$.

1. (1pt) Exprimer \vec{V}' en fonction de sa norme V' et de l'angle α .
2. (4pt) En utilisant le théorème de conservation approprié vu au cours, déterminer l'angle α ainsi que V' en fonction de M, m, V et v .

3. (3pt) Que vaut la variation ΔE_C de l'énergie cinétique lors de cette collision? Exprimer votre réponse en fonction de M, m, V et v . *Nous vous conseillons de simplifier au maximum votre réponse pour ΔE_C .*

4. (2pt) Peut-on ajuster la valeur de v telle que cette collision soit élastique? Si oui, trouver cette valeur. Si non, démontrer pourquoi.

QUESTION 3: (13 points)

Un humain de masse M se trouve debout sur le sol et tient, dans sa main gauche, une corde à laquelle est suspendu un corps ponctuel de masse m . On note P la position de cette masse. Le centre de gravité C_G de l'humain se situe à une hauteur H du sol, le point P est à une hauteur h par rapport à C_G , on note $D = \|\overrightarrow{C_G P}\|$ et θ l'angle formé par $\overrightarrow{C_G P}$ et l'horizontale. On appelle respectivement A_1 et A_2 les points de contact entre le sol et les pieds droit et gauche. De plus, on place le point de référence O au niveau du sol, en-dessous de C_G . Les distances $\|\overrightarrow{OA_1}\|$ et $\|\overrightarrow{OA_2}\|$ sont supposées être égales, on note d cette valeur et on suppose $d < D \cos \theta$. On note aussi \vec{N}_1, \vec{N}_2 les forces normales exercées par le sol sur cette personne et localisées aux points A_1, A_2 respectivement. L'ensemble du système est immobile, voir figure 3 pour un récapitulatif.

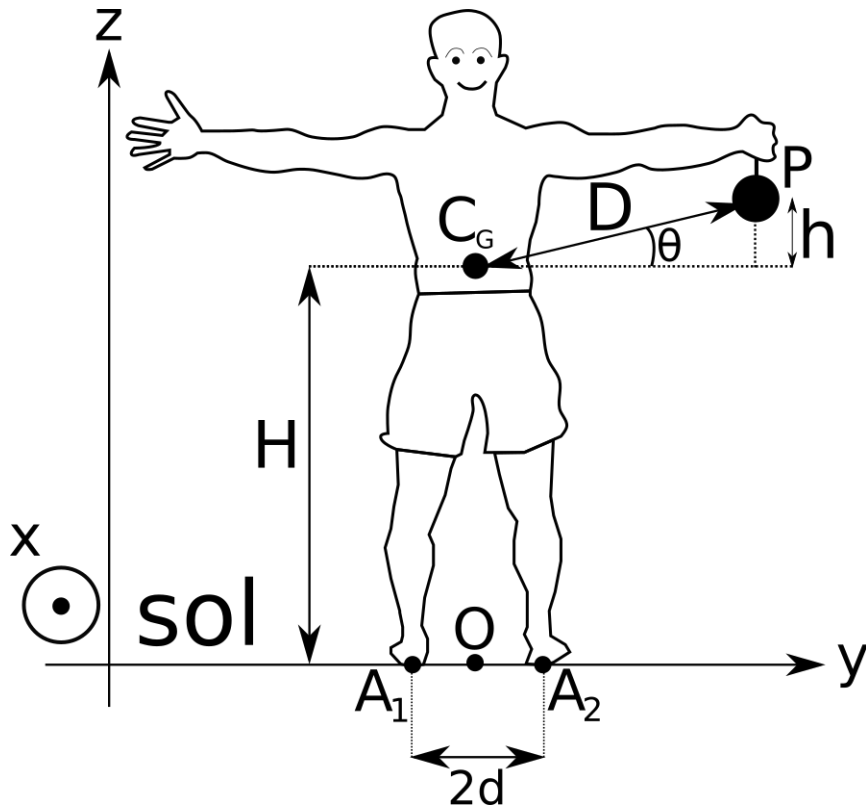


Figure 3: L'équilibre de cette personne dépend de la position du centre de gravité du système total.

Attention: veuillez à bien observer le système d'axes utilisé dans ce problème!

1. (1pt) Que vaut la somme $\vec{N}_1 + \vec{N}_2$ en fonction des paramètres du problème?

2. (3pt) Où se trouve le centre de gravité total $C_{G,\text{tot}}$ du système constitué de cette personne et de la masse m ? Exprimer les composantes de $\overrightarrow{OC_{G,\text{tot}}}$ en fonction de H, D, M, m et θ .

3. (6pt) Déterminer les valeurs de N_1 et N_2 en fonction de m, M, g, d, D et θ .

4. (2pt) Déterminer m_* telle que le système reste immobile si $m \leq m_*$ mais bascule si m dépasse m_* .

5. (1pt) A quelle condition sur D la masse m_* peut-elle dépasser M ?

QUESTION 4: (11 points)

On considère une bassine remplie d'eau dans laquelle deux blocs sont liés par une corde. Le bloc 1 a un volume $V_1 = 2.3m^3$ et une masse volumique $\rho_1 = 92kg/m^3$ et le bloc 2 a un volume $V_2 = 3.55m^3$ et une masse volumique $\rho_2 = 760kg/m^3$. Les deux blocs, moins denses que l'eau, ont tendance à flotter, mais le bloc 2 est attaché au fond de la bassine par une chaîne. Voir figure 4 pour un récapitulatif.

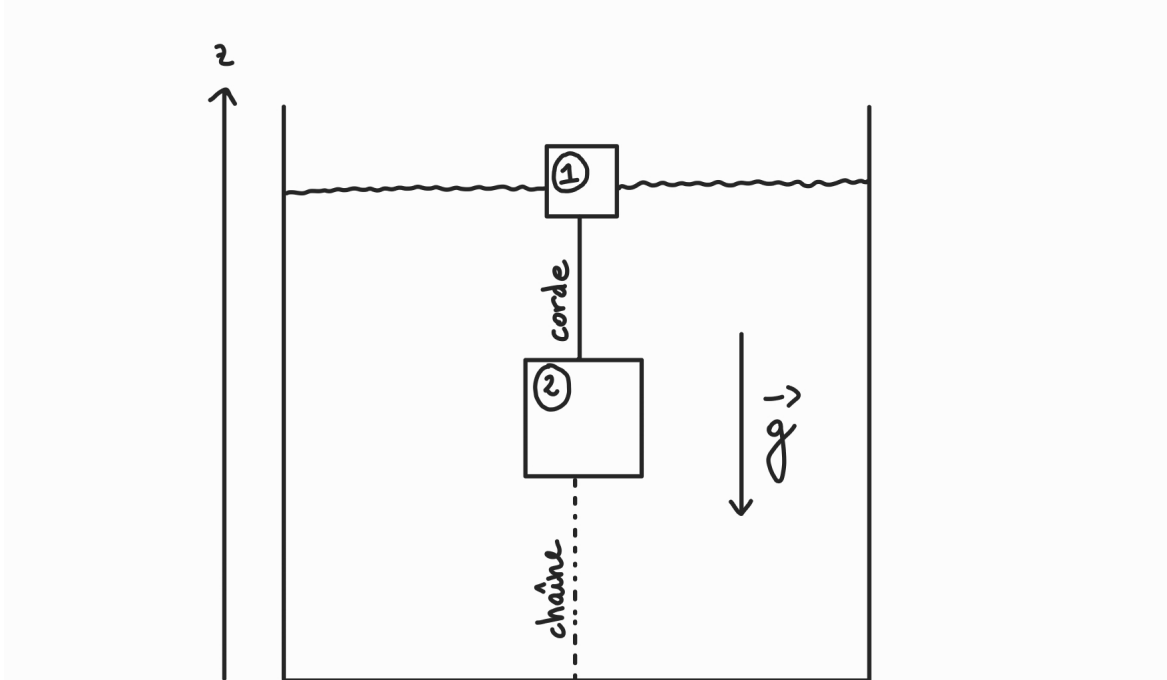


Figure 4: Deux blocs sont attachés ensemble par une corde tendue dans une bassine. Le bloc du dessous est attaché par une chaîne au fond de la bassine. Nous prenons l'axe des z comme indiqué sur la figure.

On suppose pour l'instant que 12% du volume du bloc 1 est immergé dans l'eau, que le bloc 2 est totalement immergé, que la corde et la chaîne sont tendues et que le système est à l'équilibre. On néglige de plus la masse de la corde ainsi que la masse de la chaîne.

1. (2pt) Calculer les masses M_1 et M_2 des blocs 1 et 2.
2. (3pt) Déterminer la valeur de la tension T_{corde} dans la corde. (Si vous ne trouvez pas la réponse numérique, vous pouvez prendre $T_{corde} = 500N$ dans la suite.)

3. (3pt) Déterminer la valeur de la tension $T_{chaîne}$ dans la chaîne.

On augmente maintenant progressivement le niveau de l'eau dans la bassine. On suppose de plus que la chaîne se brise si sa tension excède $10000N$ tandis que la tension de la corde ne peut dépasser $700N$ sans se rompre.

4. (3pt) Peut-on complètement immerger le bloc 1 sans briser la chaîne et sans rompre la corde? Si oui, démontrer pourquoi et si non, déterminer laquelle des deux cède en premier, et à quelle valeur du volume immergé du bloc 1 la rupture a lieu.

QUESTION 5: (12 points)

L'eau et l'électricité ne font-ils jamais bon ménage? Vous allez examiner une expérience pour répondre à cette question. Un professeur de physique aggripe d'une main une prise électrique à $220V$ et de l'autre un objet conducteur mis à la terre ($0V$), ce qui est *a priori* fatal. Il est sur la pointe des pieds; ses pieds baignent dans une cuve rectangulaire (longueur $\ell = 30cm$, largeur $w = 15cm$, hauteur $h = 3cm$) pleine d'eau saturée en sel et isolée de la terre. La situation est modélisée en figure 5; $R_1 = 50\Omega$ correspond à la résistance électrique d'un membre, $R_2 = 600\Omega$ à celle de la tête et du thorax (qui contient le coeur), et $R_3 = 1k\Omega$ à celle d'une main.

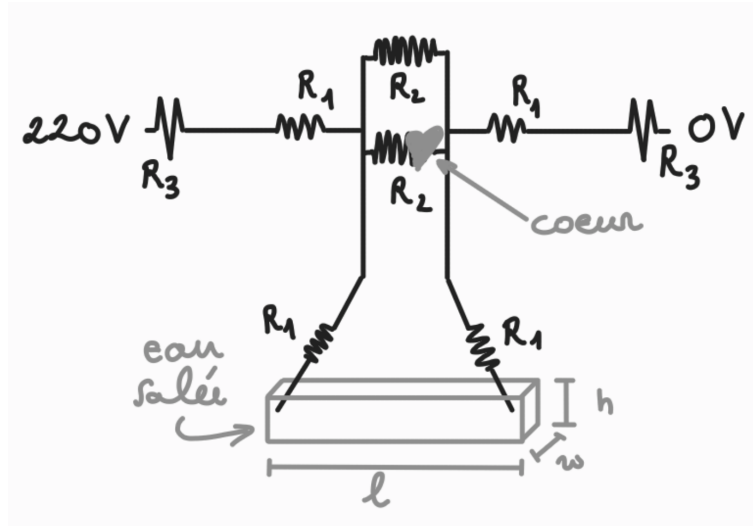


Figure 5: Schéma d'une expérience à ne jamais pas tenter chez soi!

- (3pt) La conductivité de l'eau à $0.1\% NaCl$ vaut $0.1/\Omega m$. Sachant que la concentration de saturation en sel est de 26% dans l'eau, estimez la résistance électrique de la cuve d'eau entre les deux pointes de pieds séparées d'une distance ℓ . (Aide: La conductivité est proportionnelle à la concentration ionique.)
- (3pt) Quelle est la résistance totale entre la prise et la terre? Si vous n'avez pas trouvé de réponse à la sous-question précédente, utilisez 5Ω pour la résistance de la cuve d'eau.

3. (6pt) Un courant de plus de $50mA$ au travers du coeur induirait un arrêt cardiaque. Déterminez le courant électrique passant par le coeur, et concluez sur l'inexorable destin du professeur... *Si vous n'avez pas trouvé de réponse à la sous-question précédente, utilisez $2k\Omega$ pour la résistance totale.*

QUESTION 6: (14 points)

Vous allez analyser le processus initial de capture d'un ion Cl^- par des molécules H_2O à la base du phénomène d'écrantage de charge. La figure 6 montre une molécule H_2O composée de deux atomes $H^{\delta+}$ portant chacun un excès de charge positif et d'un atome $O^{\delta-}$ portant un excès de charge négatif; les liaisons covalentes $O-H$ sont caractérisées par une distance de liaison $a = 96pm$ et un angle $\theta = 104.5^\circ$. Un ion Cl^- se trouve à gauche à une distance x mesurée comme indiqué sur la figure. Dans ce problème, tous les ions sont considérés comme ponctuels.

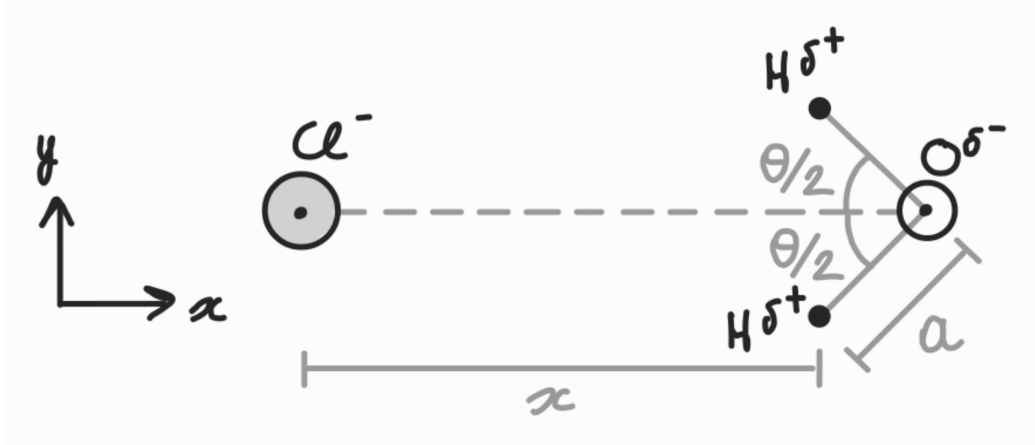


Figure 6: Modèle de capture d'un ion Cl^- par une molécule H_2O .

1. (1pt) Chaque $H^{\delta+}$ porte une charge $e/3$. Quelle est la charge q de $O^{\delta-}$?
2. (1pt) Dessinez sur la figure 6 toutes les forces électriques agissant sur Cl^- .
3. (4pt) Déterminez les composantes de chacune de ces forces en fonction de la distance x et d'autres paramètres du problème. Utilisez le système d'axes indiqué sur la figure 6.

4. (3pt) Déduisez les composantes de la force totale subie par Cl^- en fonction de x .

5. (2pt) Estimez numériquement la composante x de cette force pour $x = 50, 70$ et $90pm$ et rapportez ces valeurs sur le graphe de la figure 7. *Si vous n'avez pas trouvé de réponse à la première sous-question, utilisez $q = -1.1 \times 10^{-19}C$ pour la charge de $O^{\delta-}$.*

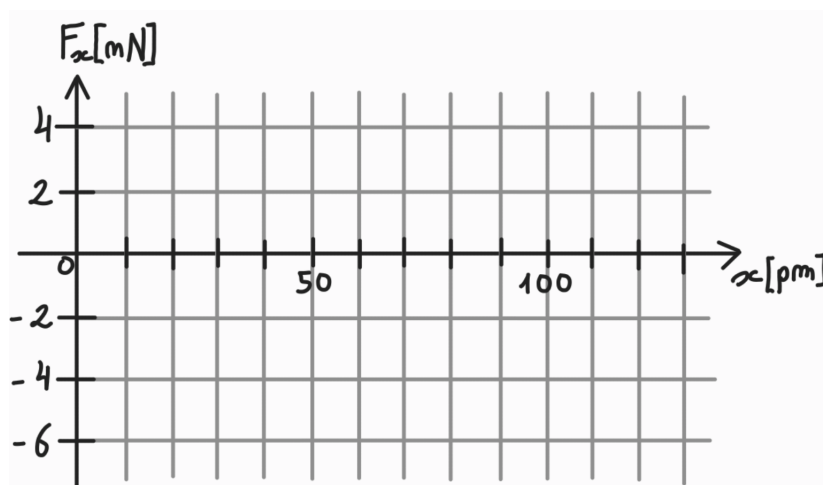


Figure 7: Graphe à compléter.

6. (1pt) Déterminez graphiquement la distance x à laquelle Cl^- est à l'équilibre, à $5pm$ près.

7. (2pt) D'après votre graphe, vous devriez trouver que la molécule H_2O repousse l'ion Cl^- pour des séparations x plus petites que la séparation d'équilibre. Expliquez qualitativement pourquoi. (*Aide: Il vous sera peut-être utile de dessiner les forces en jeu dans le cas où $x = 0$.*)

AIDE-MÉMOIRE

$$\begin{array}{lll}
 \rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3 & \|\vec{A}\| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} & 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa} \\
 g = 10 \text{ m/s}^2 & \frac{d \sin(ax)}{dx} = a \cos(ax) & \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha \\
 \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z + p & \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha & \vec{a}_c = -\omega^2 \vec{r} \\
 \vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta & \|\vec{A} \times \vec{B}\| = AB \sin \theta & v = \omega r \\
 \cos \alpha = \frac{\text{adjacent}}{H} & F_s^{\text{max}} = \mu N & Q = Av \\
 E_P = \frac{1}{2} k r^2 & E_P = -m \vec{g} \cdot \vec{r} & W = \vec{f} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \\
 A = \pi R^2 & \Delta E = W &
 \end{array}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y, A_z B_x - A_x B_z, A_x B_y - A_y B_x)$$

$$\begin{array}{lll}
 e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} & \epsilon_0 = 8.9 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A}^2 \text{s}^4}{\text{kg m}^3} & \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}} \\
 1 \text{ nX} = 10^{-9} \text{ X (nano)} & 1 \text{ pX} = 10^{-12} \text{ X (pico)} & 1 \text{ fX} = 10^{-15} \text{ X (femto)} \\
 \vec{F}_{Q/q} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} & \vec{F}_{\vec{E}/q} = q\vec{E} & \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \\
 \sigma = Q/A & \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{n} & \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n} \\
 \frac{1}{2} m v^2 + qV & \Delta V = EL & V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \\
 \Delta V = RI & R = \frac{L}{S} \frac{1}{\sigma} & I = env_e S \\
 R = R_1 + R_2 & \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & P = \Delta VI \\
 d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2} & B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} & B = \frac{\mu_0 I}{2R} \\
 B = \mu_0 \frac{N}{L} I & d\vec{F}_{\vec{B}/I} = Id\vec{\ell} \times \vec{B} & F_{I_1/I_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d} \\
 \vec{F}_{\vec{B}/q} = q\vec{v} \times \vec{B} & \vec{v} \perp \vec{v} \times \vec{B} & R_L = \frac{mv}{|q|B}
 \end{array}$$