

**BA1 en Sciences Biomédicales et Médecine Vétérinaire****Examen****RATTRAPAGE****Nom:****Prénom:****Matricule:****Section:**

Q1: /8	Q2: /16	Q3: /11
Q4: /14	Q5: /15	Q6: /13

**Instructions:**

L'usage de document n'est pas autorisé. L'examen dure 3 heures. Il y a 6 questions. Vous êtes responsables de vérifier que cet examen comporte bien 14 pages. Vous n'êtes pas autorisés à dégraffer les pages de l'examen. Vous êtes autorisés à utiliser une calculatrice (pas de smartphone). Un aide-mémoire vous est fourni à la fin de ce document. Justifiez bien toutes vos réponses.

Nous vous recommandons de faire un maximum de calculs de façon symbolique (sans substituer les valeurs numériques). Lorsque cela est possible, exprimez vos résultats numériquement à la fin de vos calculs.

Les valeurs numériques peuvent être arrondies au 2e chiffre significatif. Sauf indication contraire, tous les résultats numériques doivent être exprimés dans les unités du Système International. Vous pouvez prendre  $g = 10m/s^2$  et  $\rho_0 = 1000kg/m^3$ .

Lorsqu'il vous est demandé de dessiner une force sur un schéma, on demande que la direction et le sens soient le plus précis possible, mais la norme ne doit pas nécessairement être à l'échelle.

Veillez répondre à chaque question dans l'espace prévu à cet effet après chaque énoncé. S'il vous manque de la place, vous pouvez faire référence au verso d'une des feuilles d'examen pour indiquer où se trouve votre réponse. Veillez à indiquer *très clairement* si vous recourez à ce système. Enfin, le verso des feuilles d'examen peut-être également utilisé comme brouillon pour vos calculs et raisonnements.

**Note finale:** Le nombre total de points, sur les 6 questions, s'élève à 77 points. Le nombre de points obtenus est rapporté sur 20, et la note de l'examen est alors obtenue en arrondissant à l'entier le plus proche.

QUESTION 1: (8 points)

On considère un tir parabolique ayant lieu sur un plan incliné vers le bas d'un angle avec l'horizontale de  $\theta = 18^\circ$ . La position initiale du projectile est prise pour point de référence du système et pour origine des coordonnées  $x$  et  $z$ . La vitesse initiale fait un angle  $\alpha = 16^\circ$  avec l'horizontale et la norme  $v_0$  de la vitesse initiale est inconnue. Sur le plan incliné, un point  $P$  est pris pour cible, à une distance  $L = 9m$  de  $O$ . Voir figure 1.

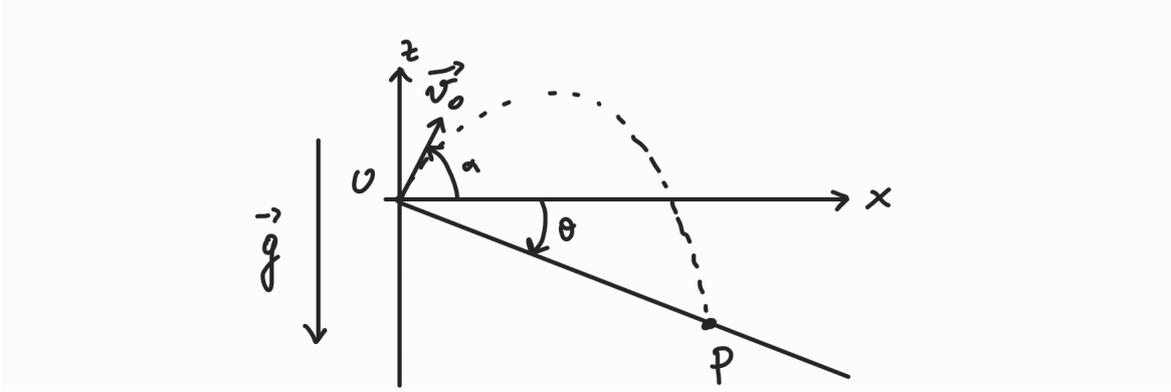


Figure 1: Un projectile est lancé depuis le point  $O$  vers la cible, au point  $P$ .

On vous demande d'utiliser le système d'axes tel que présenté sur la figure 1. De plus, nous vous conseillons de ne substituer les valeurs numériques pour les angles  $\theta$  et  $\alpha$  qu'à la fin de vos calculs.

1. (1pt) Que valent les composantes du vecteur  $\overrightarrow{OP}$ ?
  
2. (1pt) Que valent les composantes du vecteur vitesse initiale  $\vec{v}_0$  en fonction de l'inconnue  $v_0$ ?
  
3. (1pt) Que valent les composantes du vecteur position  $\vec{r}(t)$  pour ce tir parabolique?

4. (2pt) On note  $t_*$  le temps d'impact. Déterminer les équations que doivent satisfaire le temps d'impact  $t_*$  et la norme de la vitesse initiale  $v_0$ .
5. (2pt) Résoudre ces équations et déterminer ainsi  $t_*$  et  $v_0$ . Evaluer votre résultat final numériquement.
6. (1pt) Il est clair que si  $\alpha$  était inférieur à  $-\theta$  dans ce problème, le projectile ne pourrait jamais atteindre le point  $P$ . Comment ceci est-il traduit mathématiquement dans vos résultats?

QUESTION 2: (16 points)

On considère une station spatiale de masse  $M = 420000kg$  percutée par un petit astéroïde de masse  $m = 12kg$ . On suppose que l'astéroïde vient s'encastrent dans la station spatiale, sans produire de débris. De plus, on suppose que l'astéroïde et la station spatiale sont des corps ponctuels: il s'agit donc d'un problème de collision à une dimension. On place un point de référence  $O$ , considéré comme immobile, sur la station spatiale avant la collision. Par rapport à ce point, la vitesse de l'astéroïde à l'impact est  $v_i = 420km/h$ .

On néglige tous les effets dus à la gravitation dans cette question.

1. (1pt) Donner la valeur de  $v_i$  dans les unités du Système International.
2. (2pt) Quelle est la vitesse du centre de masse  $v_{cm}$  de ce système avant l'impact?
3. (2pt) Que vaut l'impulsion (c'est-à-dire la quantité de mouvement) de l'astéroïde  $p_a$  avant l'impact?
4. (1pt) Que vaut l'impulsion de la station spatiale  $p_s$  avant l'impact?
5. (2pt) Que vaut l'énergie cinétique totale  $E_c$  de ce système avant l'impact?
6. (4pt) Que vaut la vitesse finale de la station spatiale  $v'_s$  après la chute de l'astéroïde sur celle-ci?

7. (1pt) Que vaut l'énergie cinétique totale  $E'_c$  après l'impact?
8. (3pt) La collision est-elle élastique? Si oui, montrer pourquoi et si non, calculer la quantité d'énergie dissipée  $E_{\text{diss.}}$  dans cette collision.

QUESTION 3: (11 points)

On considère un bloc de masse  $M = 21\text{kg}$  posé sur un plan incliné avec un angle  $\theta = 19^\circ$  par rapport à l'horizontale. Une force  $\vec{f}$  est appliquée sur le bloc. Cette force est verticale, dirigée vers le haut et est de norme  $f = 10\text{N}$ . Malgré cette force, le bloc reste immobile. Voir figure 2 pour un récapitulatif de la situation.

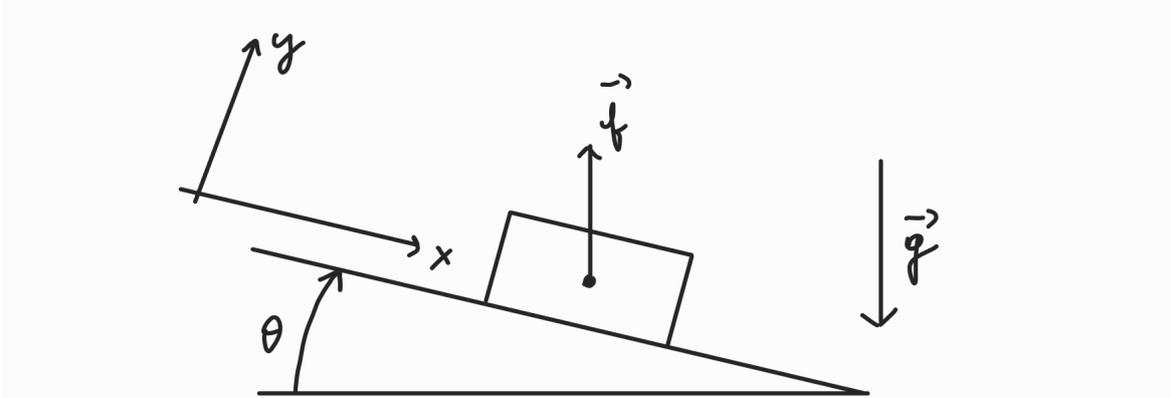


Figure 2: Une force est appliquée sur un bloc posé sur un plan incliné.

On note  $\mu = 0,6$  le coefficient de frottement statique entre le bloc et le plan incliné. On néglige de plus les dimensions du bloc, que l'on considère donc comme ponctuel. On vous demande d'utiliser le système d'axes tel que présenté sur la figure 2. Comme toujours, nous vous conseillons de faire les substitutions numériques le plus tard possible dans vos calculs.

1. (1pt) Calculer les composantes du vecteur d'accélération gravitationnelle  $\vec{g}$  dans ce système d'axes.
2. (1pt) Calculer les composantes du vecteur  $\vec{f}$  dans ce système d'axes.
3. (2pt) Donner la liste des forces (autres que  $\vec{f}$ ) agissant sur le bloc et les représenter sur la figure 2. Il n'est pas nécessaire de calculer ces forces à ce stade.



QUESTION 4: (14 points)

On considère une tige rigide de masse négligeable. Au point  $P_1$  correspondant à son extrémité gauche, elle est fixée au sol par une corde tendue et verticale. En son point  $P_2$  situé à une distance  $L = 17\text{cm}$  de  $P_1$ , elle est fixée au plafond par une corde tendue et verticale. Enfin, en son point  $P_3$  correspondant à son extrémité droite et à une distance  $\ell = 29\text{cm}$  de  $P_1$ , une masse ponctuelle  $M = 4,2\text{kg}$  est attachée. La tige fait un angle  $\beta$  avec l'horizontale et le système est immobile. Voir figure 3 pour un récapitulatif du système.

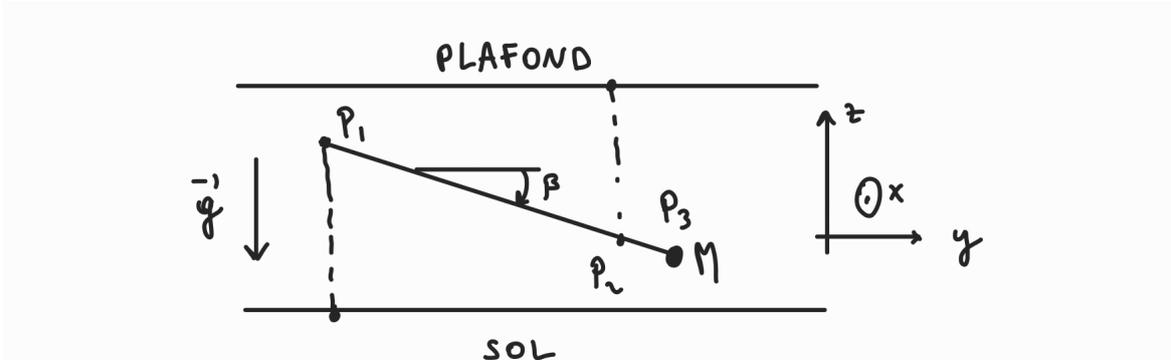


Figure 3: Une tige est attachée au sol et au plafond, et une masse est fixée en un point. Utiliser dans cette question le système d'axes  $x, y, z$  tel que sur la figure. Noter que l'axe des  $x$  sort de votre feuille et pointe dans votre direction.

On note  $T_1$  la tension dans la corde 1 attachée en  $P_1$  et  $T_2$  la tension dans la corde 2 attachée en  $P_2$ . On rappelle que la tension  $T_1$  correspond à la norme de la force exercée par la corde 1 sur la tige (et idem pour la corde 2).

1. (1pt) Que valent les composantes du vecteur  $\vec{g}$  dans ce système d'axes? Evaluer numériquement votre réponse.
  
2. (2pt) Donner la liste des forces agissant sur le système composé de la tige et de la masse  $M$ , et représenter ces forces sur la figure 3. Il n'est pas nécessaire de calculer numériquement ces forces pour l'instant.
  
3. (3pt) En utilisant la seconde loi de Newton, exprimer la tension  $T_1$  en fonction de  $Mg$  et  $T_2$ . Il n'est pas nécessaire de substituer  $Mg$  par sa valeur numérique dans votre réponse.

4. (2pt) Calculer les moments des forces par rapport au point  $P_1$ . Nous vous conseillons de ne pas faire de substitution numérique à ce stade.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
5. (3pt) En utilisant les conditions d'équilibre appropriées, déterminer les valeurs des tensions  $T_1$  et  $T_2$ . Evaluer numériquement votre résultat final.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
6. (1pt) Que vaut le moment total des forces par rapport à  $P_2$ ?

A partir de maintenant, on considère qu'on augmente progressivement la masse  $M$ . De plus, on suppose que les cordes sont faites avec exactement le même matériau, de sorte qu'elles se rompent si leur tension excède la valeur critique  $T_c = 100N$ .

7. (2pt) Déterminer si une des cordes se rompt en premier et, le cas échéant, laquelle. Evaluer numériquement la valeur de  $M$  correspondante.

QUESTION 5: (15 points)

On considère une bassine remplie d'eau dans laquelle deux blocs sont liés par une corde. Le bloc 1 a un volume  $V_1 = 300\text{cm}^3$  et une densité volumique de masse  $\rho_1 = 90\text{kg/m}^3$  et le bloc 2 a un volume  $V_2 = 400\text{cm}^3$  et une densité volumique de masse  $\rho_2 = 700\text{kg/m}^3$ . Les deux blocs, moins denses que l'eau, ont tendance à flotter, mais le bloc 2 est attaché au fond de la bassine par une chaîne. Voir figure 4 pour un récapitulatif.

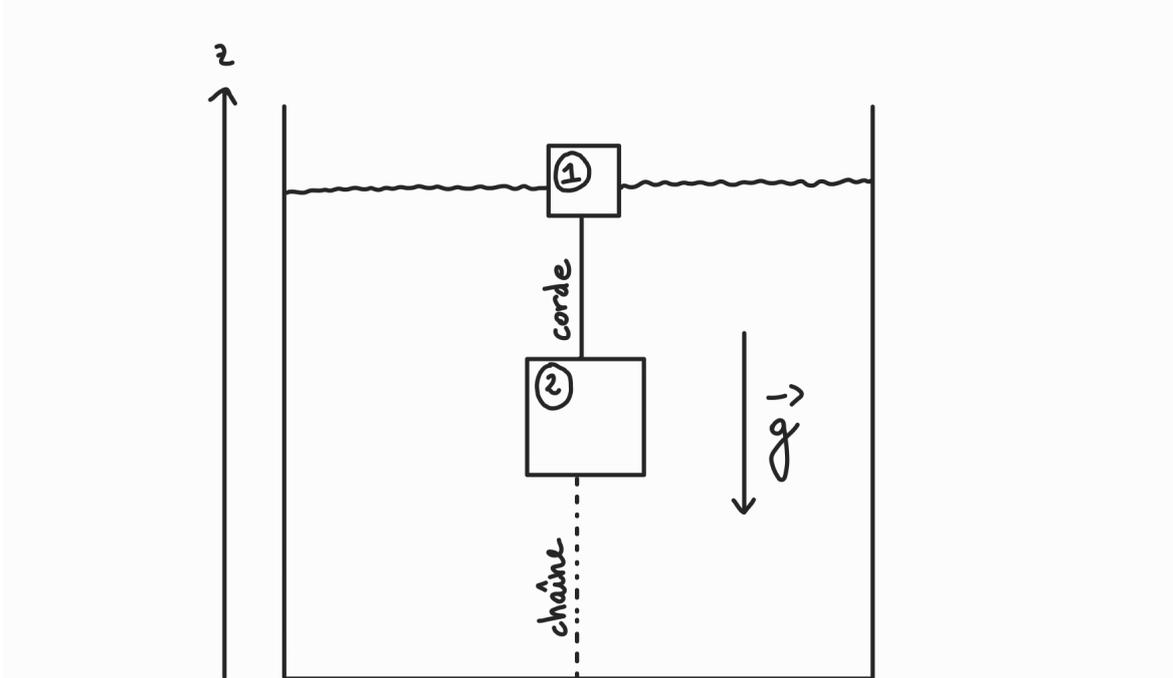


Figure 4: Deux blocs sont attachés ensemble par une corde tendue dans une bassine. Le bloc du dessous est attaché par une chaîne au fond de la bassine. Nous prenons l'axe des  $z$  comme indiqué sur la figure.

On suppose pour l'instant que 15% du volume du bloc 1 est immergé dans l'eau, que le bloc 2 est totalement immergé que la corde et la chaîne sont tendues et que le système est à l'équilibre. On néglige de plus la masse de la corde ainsi que la masse de la chaîne.

1. (2pt) Calculer les masses  $M_1$  et  $M_2$  des blocs 1 et 2.
2. (2pt) Donner la liste des forces agissant sur le bloc 1 et les représenter sur la figure 4. Il n'est pas nécessaire de calculer numériquement ces forces pour l'instant.
3. (3pt) Quelle est la tension  $T_{corde}$  dans la corde entre le bloc 1 et le bloc 2?

4. (2pt) Donner la liste des forces agissant sur le bloc 2 et les représenter sur la figure 4. Il n'est pas nécessaire de calculer numériquement ces forces pour l'instant.
  
5. (3pt) Quelle est la tension  $T_{ch}$  dans la chaîne?

On augmente maintenant progressivement le niveau de l'eau dans la bassine. On suppose de plus que la chaîne se brise si sa tension excède  $500N$  tandis que la tension de la corde ne peut dépasser  $150N$  sans se rompre.

6. (3pt) Peut-on complètement immerger le bloc 1 sans briser la chaîne et sans rompre la corde? Si oui, démontrer pourquoi et si non, déterminer laquelle des deux cède en premier, et à quelle valeur du volume immergé du bloc 1 la rupture a lieu.

QUESTION 6: (13 points)

On considère un patient, allongé dans son lit, avec dans son bras une perfusion. Par la perfusion, on injecte un liquide incompressible et non-visqueux de densité volumique de masse  $\rho = 950\text{kg/m}^3$  grâce à une seringue horizontale. Le piston de la seringue se déplace à une vitesse constante de norme  $v = 0,2\text{cm/s}$ , et l'écoulement ainsi produit est supposé non-turbulent et satisfaisant à la conservation de la masse. On suppose de plus que la seringue se trouve à une hauteur  $h = 90\text{cm}$  du sol, alors que l'aiguille se trouve à une hauteur  $H = 120\text{cm}$  du sol.

La seringue est modélisée par un cylindre de rayon  $R = 2\text{cm}$  et de longueur  $L = 12\text{cm}$ . Elle est raccordée au tuyau flexible, qui a un rayon de  $r = 0.5\text{cm}$ . De plus, juste avant l'aiguille, une colonne d'une hauteur totale de  $60\text{cm}$  est insérée sur le tuyau. Cette colonne est ouverte à l'air libre et sert à mesurer la pression à cet endroit de l'écoulement. La pression de l'air est de  $p_{\text{atm}} = 1\text{atm}$ .

Voir figure 5 pour un récapitulatif.

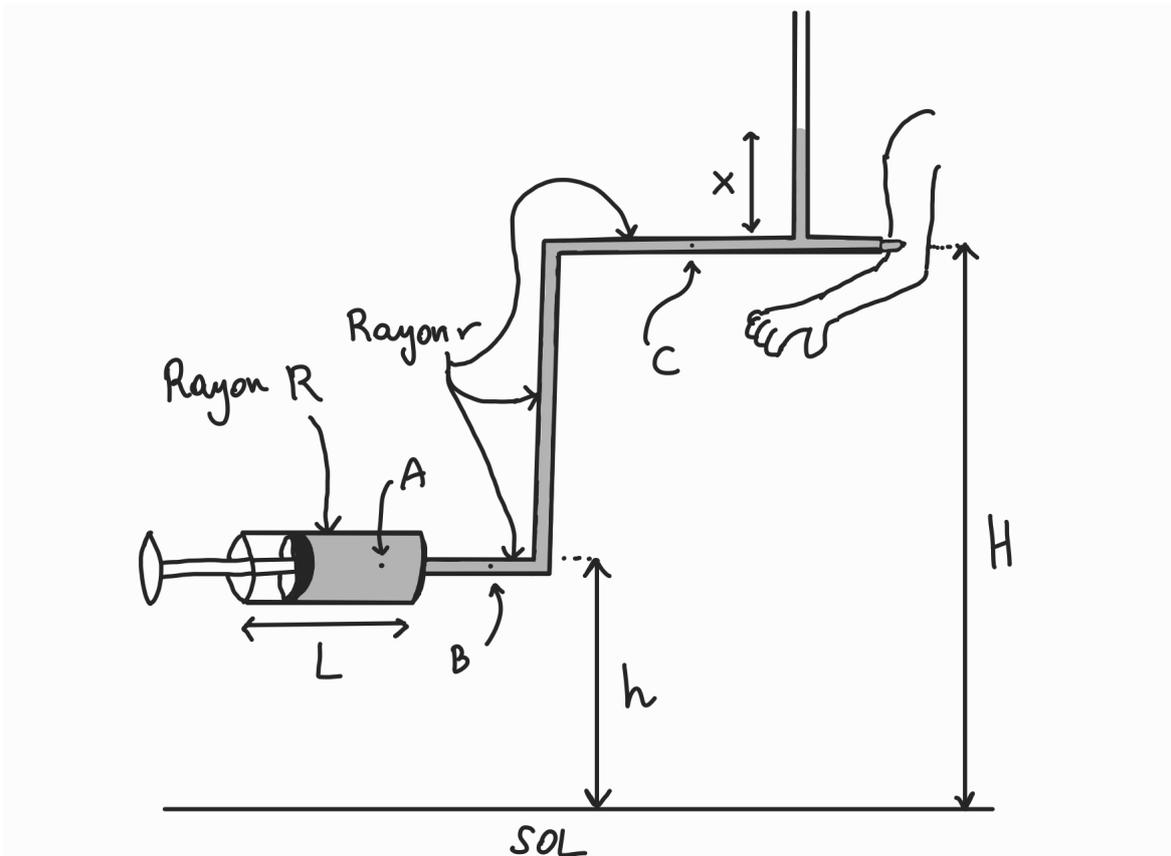


Figure 5: Une seringue pousse du liquide dans le bras d'un patient. Le point  $A$  est dans la seringue. Le point  $B$  est à la même hauteur que la seringue mais est dans le tuyau flexible. Le point  $C$  est également dans le tuyau flexible mais à la même hauteur que l'aiguille. On note  $p_A$  la pression du fluide en  $A$  et idem pour  $p_B$  et  $p_C$ .

Si vous le désirez, vous pouvez exprimer les vitesses en  $\text{cm/s}$  dans vos réponses. Mais attention, les pressions doivent être exprimées en  $\text{Pa}$ .

1. (2pt) Que vaut le débit  $Q$  dans cet écoulement?



AIDE-MÉMOIRE

$$\frac{GM}{R_T^2} = 10m/s^2$$

$$R_T = 6400km$$

$$1atm = 101325Pa$$

$$\rho_0 = 1000kg/m^3$$

$$\|\vec{A}\| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$v_\ell = \sqrt{\frac{2GM}{r_0}}$$

$$g = 10m/s^2$$

$$\frac{d \sin(ax)}{dx} = a \cos(ax)$$

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha$$

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + p$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\vec{a}_c = -\omega^2 \vec{r}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

$$\|\vec{A} \times \vec{B}\| = AB \sin \theta$$

$$F_f^{\max} = \mu N$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{adjacent}}{H}$$

$$Q = Av$$

$$\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$$

$$P = \frac{dE_c}{dt}$$

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^3} \vec{r}$$

$$A = \pi R^2$$

$$\omega^2 = \frac{GM}{R^3}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y, A_z B_x - A_x B_z, A_x B_y - A_y B_x)$$