Université Libre de Bruxelles

Année Académique 2023-2024 *PHYS-G1103*

Physique appliquée aux sciences de la Vie - Module I *Antonin Rovai et Vincent Wens*

BA1 en Sciences Biomédicales et Médecine Vétérinaire

Examen

Juin

Correctif.

Nom:

Prénom:

Matricule:

Section:

Q1: /9	Q2: /12	Q3: /9	Q4: /12

Instructions: L'usage de documents n'est pas autorisé. L'examen dure 2 heures et 15 minutes. Il y a 4 questions. Vous êtes responsables de vérifier que cet examen comporte bien 10 pages. Vous n'êtes pas autorisés à dégraffer les pages de l'examen. Vous êtes autorisés à utiliser une calculatrice (pas de smartphone). Un aide-mémoire vous est fourni à la fin de ce document. Vous pouvez utiliser les résultats du cours théorique sans démonstration, mais pour le reste justifiez bien toutes vos réponses. Les valeurs numériques peuvent être arrondies au 2e chiffre significatif. Sauf indication contraire, tous les résultats numériques doivent être exprimés dans les unités du Système International. Vous pouvez prendre $g = 10 m/s^2$ et $\rho_0 = 1000 kg/m^3$.
Lorsqu'il vous est demandé de dessiner une force sur un schéma, on demande que la direction et le sens soient le plus précis possible, mais la norme ne doit pas nécessairement être à l'échelle.
Veuillez répondre à chaque question dans l'espace prévu à cet effet après chaque énoncé. S'il vous manque de la place, vous pouvez faire référence au verso d'une des feuilles d'examen pour indiquer où se trouve votre réponse. Veillez à indiquer *très clairement* si vous recourez à ce système. Enfin, le verso des feuilles d'examen peut-être également utilisé comme brouillon pour vos calculs et raisonnements.
Note finale: Le nombre total de points, sur les 4 questions, s'élève à 42 points. Le nombre de points obtenus est rapporté sur 20, et la note de l'examen est alors obtenue en arrondissant à l'entier le plus proche.

Question 1: *(9 points)*

On considère deux corps ponctuels dans le champ de pesanteur. Le corps 1 est lancé depuis le point O, au sol, avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$, dont la norme v_0 et l'angle θ formé avec l'horizontale sont inconnus. Au même instant, le corps 2 est lâché sans vitesse initiale depuis une hauteur h et à une distance L de O le long de l'axe Ox.

Le but de cette question est de déterminer les valeurs de v_0 et θ tels que les deux corps entrent en collision avec le sol au même moment et au même endroit.

On se réfère à la figure 1 pour le système d'axes Oxz à utiliser dans cette question.

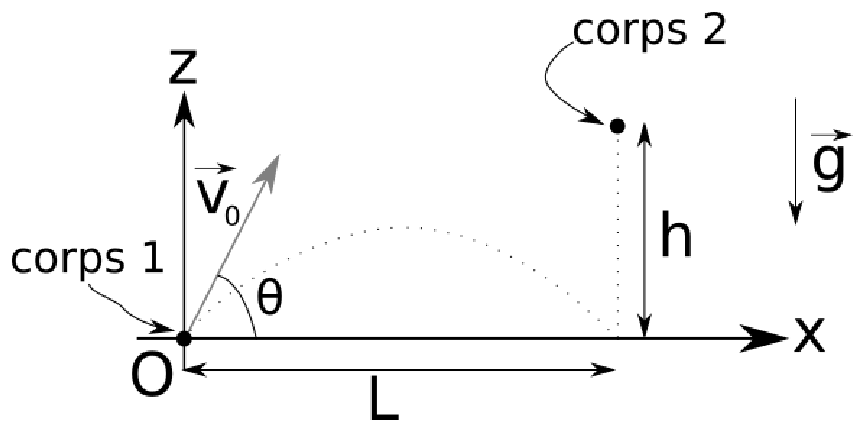


Figure 1: Le corps 1 est lancé depuis le point O, et au même instant le corps 2 est lâché comme expliqué dans le texte.

1. (1pt) Donner les composantes du vecteur d'accélération gravitationnelle $\vec{g}$.

$\vec{g} = (0, -g)$

2. (1pt) Exprimer les composantes du vecteur de vitesse initiale $\vec{v}_0$ en fonction de la norme v_0 et de θ.

$\vec{v}_0 = v_0 (\cos\theta, \sin\theta)$

3. (1pt) Que valent les composantes $x_1(t)$ et $z_1(t)$ du vecteur position $\vec{r}_1(t)$ du premier corps? Exprimer le résultat en fonction de g et des inconnues v_0 et θ.

$x_1(t) = v_0 t \cos\theta \qquad z_1(t) = v_0 t \sin\theta - \frac{1}{2} g t^2$

4. (1pt) Que valent les composantes $x_2(t)$ et $z_2(t)$ du vecteur position $\vec{r}_2(t)$ du second corps? Exprimer le résultat en fonction de g et des paramètres h et L.

$x_2(t) = L \qquad z_2(t) = h - \frac{1}{2} g t^2$

5. (5pt) Déterminer les valeurs que doivent prendre les inconnues v_0 et θ pour que la collision ait lieu, ainsi que l'instant t_c correspondant. Exprimer vos réponses en fonction des paramètres du problème h, L et g.

$$x_1(t_c) = x_2(t_c) \quad \& \quad z_1(t_c) = z_2(t_c) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} v_0 t_c \cos\theta = L \\ v_0 t_c \sin\theta - \frac{1}{2} g t_c^2 = h - \frac{1}{2} g t_c^2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} v_0 \cos\theta = L/t_c \\ v_0 \sin\theta = h/t_c \\ h - \frac{1}{2} g t_c^2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \quad t_c = \sqrt{2h/g} \qquad \left(t_c^2 = \frac{2h}{g} \right)$$

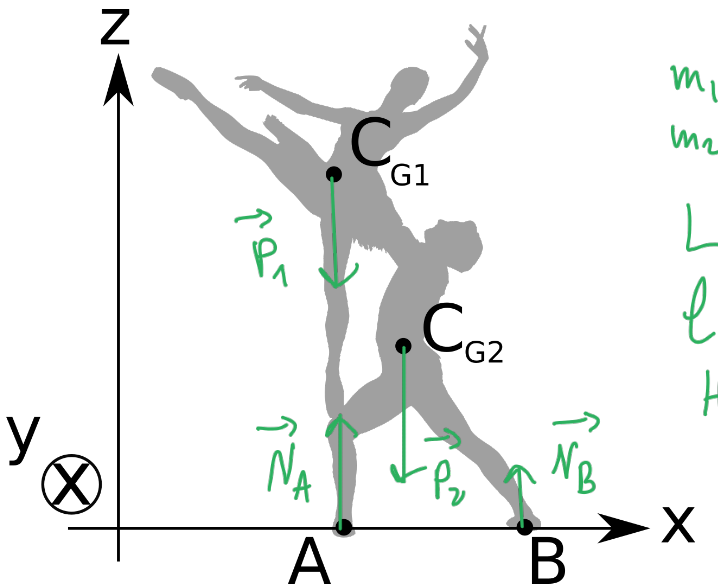
$$\begin{cases} v_0 = \sqrt{(L/t_c)^2 + (h/t_c)^2} \\ \quad = \sqrt{\frac{gL^2}{2h} + \frac{1}{2} gh} \\ \theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{h}{L}\right) \end{cases}$$

Question 2: *(12 points)*

On considère deux personnes effectuant une figure de danse telle que représentée sur la figure 2. On note respectivement C_{G1} et C_{G2} le centre de gravité de la première (au-dessus) et de la seconde personne (en-dessous). Leurs masses sont $m_1 = 79kg$ et $m_2 = 84kg$ et on suppose qu'ils restent immobiles. En utilisant le système d'axes $Oxyz$ tel que présenté sur la figure 2, on donne de plus les vecteurs suivants:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= (L, 0, 0)\,, \\ \overrightarrow{BC_{G1}} &= (-\ell, 0, H)\,, \\ \overrightarrow{AC_{G2}} &= (L/3, 0, H/2)\,. \end{aligned}$$

Les paramètres ont les valeurs numériques suivantes: $L = 75cm, \ell = 90cm$ et $H = 175cm$. On note $\vec{N}_A$ et $\vec{N}_B$ les forces normales exercées par le sol aux points A et B respectivement.



$m_1 = 79 kg$
$m_2 = 84 kg$
$L = 0.75 m$
$\ell = 0.9 m$
$H = 1.75 m$

Figure 2: Deux personnes effectuent une figure de danse.

1. (2pt) Que vaut la force $\vec{N}_A + \vec{N}_B$? Donner la valeur numérique.

Immobilité $\Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$. $\vec{F} = m\vec{a}$ avec $\vec{F} = m_1\vec{g} + m_2\vec{g} + \vec{N}_A + \vec{N}_B$, donc

$$\vec{N}_A + \vec{N}_B = -(m_1 + m_2)\vec{g} = \left(0, 0, (m_1 + m_2)g\right) = (0, 0, 1630 N)$$

2. (1pt) Calculer le moment de force par rapport à C_{G2} de $\vec{N}_A$ en laissant N_A indéterminée dans votre calcul.

$\vec{\tau}_{C_{G2}}(\vec{N}_A) = \overrightarrow{C_{G2}A} \times \vec{N}_A$ avec $\overrightarrow{C_{G2}A} = \left(-\frac{L}{3}, 0, -\frac{H}{2}\right)$, $\vec{N}_A = (0, 0, N_A)$.

$\Rightarrow \vec{\tau}_{C_{G2}}(\vec{N}_A) = \left(0, \frac{L}{3} N_A, 0\right)$.

3. (2pt) Même question pour $\vec{N}_B$.

$$\vec{\tau}_{G_2}(\vec{N}_B) = \overrightarrow{C_{G_2}B} \times \vec{N}_B$$

$$\overrightarrow{C_{G_2}B} = \overrightarrow{C_{G_2}A} + \overrightarrow{AB} = \left(-\frac{L}{3} + L, 0, -\frac{H}{2}\right) = \left(\frac{2}{3}L, 0, -H/2\right)$$

et $\vec{N}_B = (0, 0, N_B)$

$$\Rightarrow \vec{\tau}_{G_2}(\vec{N}_B) = \left(0, -\frac{2LN_B}{3}, 0\right)$$

4. (4pt) En considérant la condition d'équilibre appropriée, déterminer les valeurs numériques de N_A et N_B. Nous vous conseillons de remplacer les valeurs des paramètres à la fin du calcul.

$$\vec{\tau}_{G_2} = \vec{0} \text{ où } \vec{\tau}_{G_2} = \vec{\tau}_{G_2}(m_1\vec{g}) + \vec{\tau}_{G_2}(m_2\vec{g}) + \vec{\tau}_{G_2}(\vec{N}_A) + \vec{\tau}_{G_2}(\vec{N}_B)$$

On a : $\vec{\tau}_{G_2}(m_1\vec{g}) = \overrightarrow{C_{G_2}C_{G_1}} \times (m_1\vec{g})$

Or $\overrightarrow{C_{G_2}C_{G_1}} = \overrightarrow{C_{G_2}A} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC_{G_1}} = \left(-\frac{L}{3}, 0, -\frac{H}{2}\right) + (L, 0, 0) + (-\ell, 0, H)$

$$= \left(\frac{2L}{3} - \ell, 0, H/2\right)$$

<u>Remarque:</u> $\frac{2L}{3} - \ell = -0.4\,m < 0$. Donc

$\vec{\tau}_{G_2}(m_1\vec{g}) = \left(0, \left(\frac{2L}{3} - \ell\right)m_1 g, 0\right)$. De plus : $\vec{\tau}_{G_2}(m_2\vec{g}) = \vec{0}$.

Donc : $\left(\frac{2L}{3} - \ell\right)m_1 g + \frac{L}{3}N_A - \frac{2L}{3}N_B = 0$ et $N_A + N_B = (m_1 + m_2)g$

$\Rightarrow$ 2 éq. à 2 inconnues à résoudre.

$$N_B = (m_1 + m_2)g - N_A$$

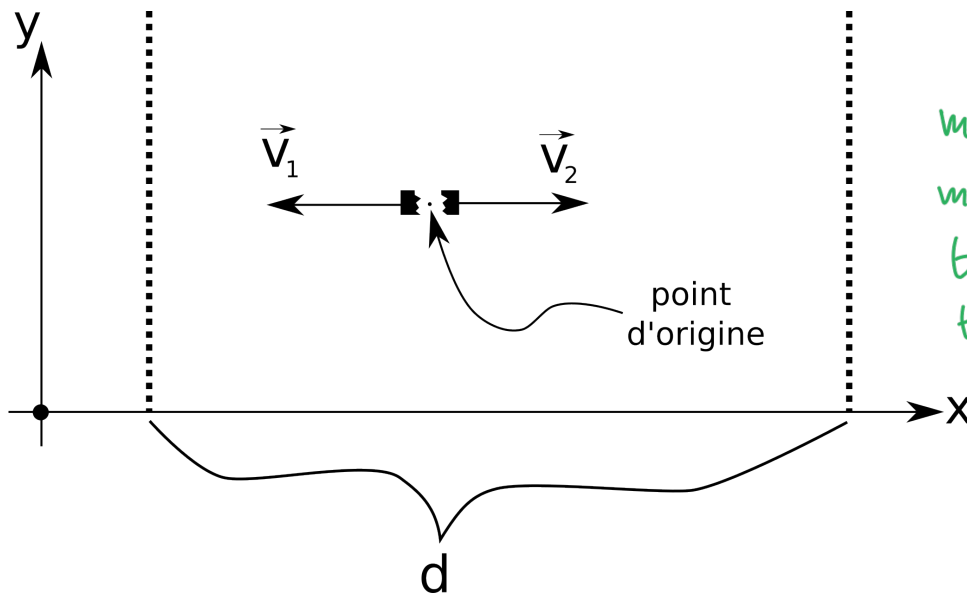
$$\Rightarrow \frac{L}{3}N_A - \frac{2L}{3}\left[(m_1 + m_2)g - N_A\right] = \left(\ell - \frac{2L}{3}\right)m_1 g$$

$$\Leftrightarrow LN_A = g\left[\left(\ell - \frac{2L}{3}\right)m_1 + \frac{2L}{3}(m_1 + m_2)\right]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N_A = g\left(\frac{\ell}{L}m_1 + \frac{2}{3}m_2\right) = 1508\,N \\ N_B = g\left[\left(1 - \frac{\ell}{L}\right)m_1 + \frac{1}{3}m_2\right] = 122\,N \end{cases}$$

Question 3: *(9 points)*

Suite à une explosion interne, un bloc se sépare en deux fragments de masses $m_1 = 2g$ et $m_2 = 8g$. Les vitesses de ces fragments sont notées $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$ sur la figure 3. L'explosion a lieu entre deux murs que nous indiquons par des lignes en pointillé et espacés de $d = 40cm$, et nous supposons que $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$ sont perpendiculaires aux murs. On note $t_1 = 0.2s$ et $t_2 = 0.9s$ les temps d'impacts des fragments sur les murs. Tout ce problème se situe dans le plan horizontal.



$m_1 = 0.002\,kg$
$m_2 = 0.008\,kg$
$t_1 = 0.2\,s$
$t_2 = 0.9\,s$
$d = 0.4\,m$

Figure 3: Les fragments se dirigent vers les lignes en pointillé.

1. (3pt) Que vaut le rapport des normes des vitesses V_1/V_2? Donner la valeur numérique.

Conservation de l'impulsion pour l'explosion $\Rightarrow m_1\vec{V_1} + m_2\vec{V_2} = \vec{0}$ (car pas de vitesses avant explosion). Donc $m_1V_1 - m_2V_2 = 0$, d'où $V_1/V_2 = m_2/m_1 = 4$.

2. (3pt) Déterminer les valeurs numériques des distances x_1 et x_2 parcourues par les masses.

On a $x_1 = V_1t_1$ et $x_2 = V_2t_2$ ainsi que $x_1 + x_2 = d$.
Avec $V_1/V_2 = 4$, cela fait 4 éq. pour 4 inconnues (x_1, x_2, V_1, V_2). On résoud : $x_2 = d - x_1 = V_2t_2$

$\Rightarrow x_1 = d - V_2t_2 = V_1t_1 = 4V_2t_1$

$\Leftrightarrow V_2(4t_1 + t_2) = d \Rightarrow x_2 = V_2t_2 = \frac{dt_2}{4t_1+t_2} = 0.21\,m$

$x_1 = V_1t_1 = 4V_2t_1 = \frac{4dt_1}{4t_1+t_2} = 0.19\,m$

3. (2pt) L'énergie mécanique est-elle conservée dans ce processus d'explosion? Si oui, démontrer pourquoi et si non, donner la valeur de l'énergie mécanique produite.

Non ! Energie avant explosion $= 0$, mais $E_c \neq 0$ après car les fragments acquièrent une vitesse :

$E_c = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2$

On a $V_1 = x_1/t_1 = 0.95\,m/s$ & $V_2 = x_2/t_2 = 0.23\,m/s$.

donc

$E_c = 1.11 \times 10^{-3}\,J$.

4. (1pt) On suppose que lorsque les masses entrent en collision avec les murs, elles s'y encastrent de façon à ce que leurs vitesses s'annulent, et le mur reste immobile. Ces processus de collision avec les murs sont-ils elastiques? Justifiez bien votre réponse.

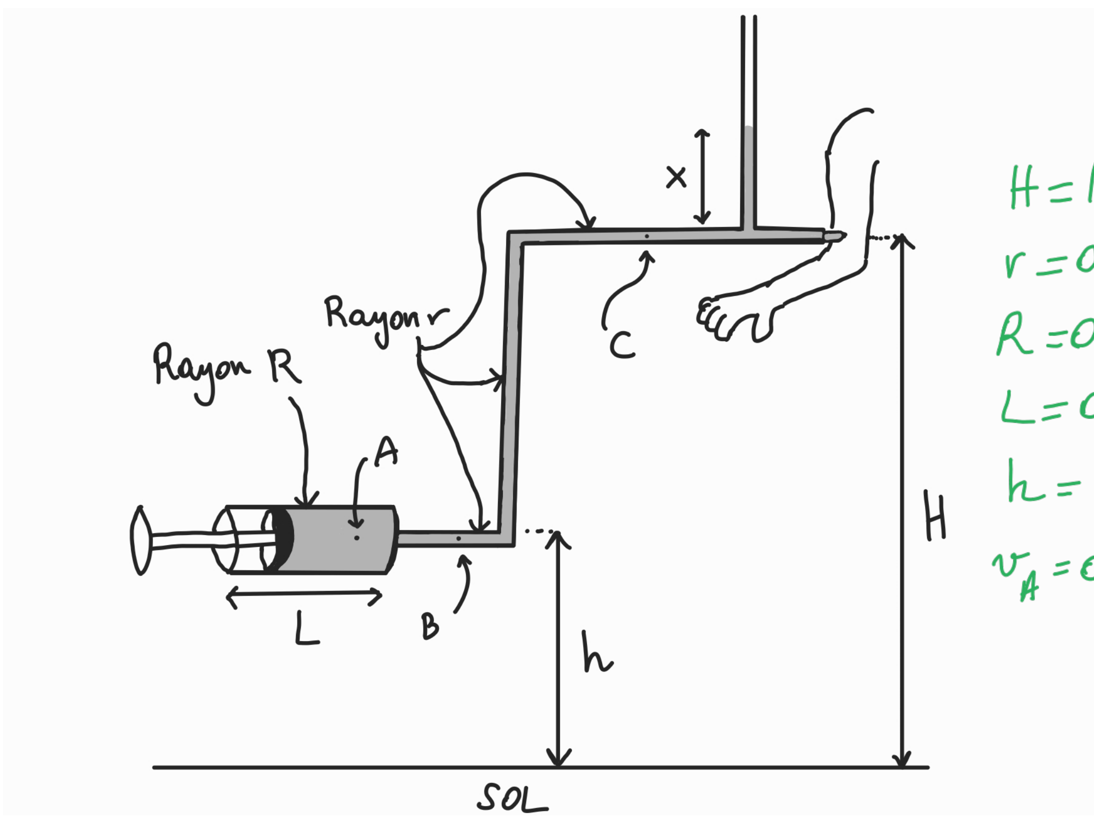
Non ! En effet, après la collision avec les murs, les vitesses sont nulles. De plus, les murs restant immobiles, E_c final $= 0$. Les $1.11 \times 10^{-3}\,J$ sont dissipés dans les collisions.

QUESTION 4: *(12 points)*

On considère un patient, allongé dans son lit, avec une perfusion dans son bras. Par la perfusion, on injecte un liquide incompressible et non-visqueux de masse volumique $\rho = 1000 kg/m^3$ grâce à une seringue horizontale. Le piston de la seringue se déplace à une vitesse constante de norme $v = 0.21 cm/s$, et l'écoulement ainsi produit est supposé non-turbulent et satisfaisant à la conservation de la masse. On suppose de plus que la seringue se trouve à une hauteur $h = 90cm$ du sol, alors que l'aiguille se trouve à une hauteur $H = 110cm$ du sol.

La seringue est modélisée par un cylindre de rayon $R = 25mm$ et de longueur $L = 13cm$. Elle est raccordée au tuyau flexible, qui a un rayon de $r = 0.6cm$. De plus, juste avant l'aiguille, une colonne d'une hauteur de $30cm$ est insérée sur le tuyau. Cette colonne est ouverte à l'air libre et sert à mesurer la pression à cet endroit de l'écoulement. La pression de l'air est de $p_{\text{atm}} = 1atm$.

Voir figure 4 pour un récapitulatif.



$H = 1.1 m$
$r = 0.006 m$
$R = 0.025 m$
$L = 0.13 m$
$h = 0.9 m$
$v_A = 0.0021 m/s$

Figure 4: Une seringue pousse du liquide dans le bras d'un patient. Le point A est dans la seringue. Le point B est à la même hauteur que la seringue mais est dans le tuyau. Le point C est également dans le tuyau mais à la même hauteur que l'aiguille. On note p_A la pression du fluide en A et idem pour p_B et p_C.

Si vous le désirez, vous pouvez exprimer les longueurs en cm dans vos réponses. Mais attention, les pressions doivent être exprimées en Pa.

1. (2pt) Que vaut le débit Q dans cet écoulement?

$Q = vS$ où S = section de la seringue, soit $S = \pi R^2$. Donc $Q = 4.12 \times 10^{-6}\ m^3/s$.

2. (1pt) En supposant que la seringue est initialement totalement remplie, après combien de temps la seringue sera-t-elle complètement vidée?

Le piston doit parcourir une distance de L à la vitesse $v \Rightarrow \Delta t = L/v = 61.9$ s.

3. (2pt) Que vaut la norme de la vitesse v_B du fluide au point B?

Conservation du débit : $Q_A = Q_B$, avec $Q_B = v_B S_B$.

$S_B = \pi r^2 \Rightarrow v_B = \dfrac{Q_A}{\pi r^2} = 0.036$ m/s

4. (1pt) Que vaut la norme de la vitesse v_C du fluide au point C?

A nouveau conservation du débit $\Rightarrow Q_C = Q_B$.

Or $S_C = S_B$, donc $v_C = v_B = 0.036$ m/s.

5. (2pt) Quelle est la différence de pression $p_A - p_B$?

Bernoulli $\Rightarrow \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A + p_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B + p_B$.

Or $z_A = z_B \Rightarrow p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho(v_B^2 - v_A^2) = 0.65$ Pa

6. (2pt) Quelle est la différence de pression $p_B - p_C$?

Bernoulli, avec cette fois $v_B = v_C$ et $z_C - z_B = H - h$:

$p_B - p_C = \rho g (H - h) = 2000$ Pa

7. (2pt) Le fluide dans la colonne est à une hauteur $x = 11cm$. Que vaut la différence de pression $p_A - p_{\text{atm}}$?

Le fluide est immobile dans la colonne, on applique donc la loi de Pascal :

$\rho g x = p_C - p_{atm} = 1100$ Pa

↳ car ouvert à l'air libre.

Donc $p_A - p_{atm} = p_A - p_B + p_B - p_C + p_C - p_{atm}$

$= 3100,65$ Pa

$\rho_0 = 1000kg/m^3$	$\|\vec{A}\| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$	$1\text{atm} = 101325\text{Pa}$
$g = 10m/s^2$	$\frac{\mathrm{d}\sin(ax)}{\mathrm{d}x} = a\cos(ax)$	$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\alpha$
$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + p$	$\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$	$\vec{a}_\mathrm{c} = -\omega^2\vec{r}$
$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta$	$\|\vec{A}\times\vec{B}\| = AB\sin\theta$	$v = \omega r$
$\cos\alpha = \frac{\text{adjacent}}{H}$	$F_\mathrm{s}^\mathrm{max} = \mu N$	$Q = Av$
$E_\mathrm{P} = \frac{1}{2}kr^2$	$E_\mathrm{P} = -m\vec{g}\cdot\vec{r}$	$W = \vec{f}\cdot(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$
$A = \pi R^2$	$\Delta E_\mathrm{c} = W_\mathrm{tot.}$	

$$\vec{A}\times\vec{B} = (A_yB_z - A_zB_y, A_zB_x - A_xB_z, A_xB_y - A_yB_x)$$