

BA1 en Sciences Biomédicales et Médecine Vétérinaire

Série d'exercice n° 1

ANALYSE DIMENSIONNELLE ET UNITÉS

Solutions finales des exercices à préparer et des exercices non-étoilés

1 Rappels

- A toute grandeur physique, c'est-à-dire mesurable, est associé sa *dimension* qui en est une caractéristique unique et faisant partie de sa définition.
- Dans le cours, nous utilisons la *longueur* (L), le *temps* (T) et la *masse* (M) pour exprimer les dimensions d'autres grandeurs.
- Pour les valeurs numériques d'une grandeur physique nous utilisons des *unités*, qui font référence à des étalons de mesure. Dans les conventions du *Système International d'Unités*, les grandeurs de base pour notre cours ont les unités suivantes:
 1. le *mètre* pour la longueur,
 2. la *seconde* pour le temps,
 3. le *kilogramme* pour la masse.
- D'autres choix d'unités sont possibles, et il est parfois nécessaire de *convertir* d'une unité à l'autre. L'outil mathématique pertinent pour la conversion d'unité, dans la majorité des cas, est la *règle des proportions* (mais pas toujours, cf. ex. 9).
- Les *grandeurs dérivées* sont construites en combinant les grandeurs de base L, T et M .
- La valeur numérique d'une grandeur physique doit **toujours** s'accompagner de ses unités. Autrement, le résultat n'a **aucun sens**. De même, il est impossible d'additionner ou de comparer des grandeurs ayant des dimensions différentes.
- Pour les valeurs numériques, on peut utiliser la *notation scientifique*: par exemple, une valeur comme $0.0034m$ s'écrit $3.4 \times 10^{-3}m$.
- **Notation:** on utilise les crochets $[X]$ pour les dimensions d'une grandeur X . Par exemple:

$$[\text{surface}] = L^2 \quad (1)$$

- **Remarque:** certaines grandeurs n'ont pas de dimension mais peuvent néanmoins être exprimées en utilisant des unités sans dimensions (cf. ex. 6 et ex. 10).

2 Exercices à préparer

Attention! Ces exercices **ne** seront **pas** corrigés durant la séance, mais les solutions seront disponibles sur l'UV.

1. Combien il y a-t-il de centimètres (*cm*) dans $1.84m$? 184
2. Quelles sont les *dimensions* d'une vitesse? LT^{-1}
3. Simplifier au maximum $1000 \times 10 \times (10^{-2})^3$. 10^{-2}

3 Exercices

Les exercices marqués d'une étoile sont à résoudre en priorité.

Analyse Dimensionnelle

Dans ces questions, on demande d'exprimer les dimensions en fonction de nos grandeurs de bases L , T et M .

- ★ 1. Quelles sont les dimensions de l'accélération?
- 2. Quelles sont les dimensions d'un volume? L^3
- ★ 3. On définit la constante de gravitation universelle G par

$$G = 6.67430 \times 10^{-11} N.m^2.kg^{-2}, \quad (2)$$

où le symbole N est défini par $1N = 1kg.m.s^{-2}$.

- (a) Quelles sont les dimensions de G ?
- (b) Quelles sont les dimensions de la combinaison

$$\frac{Gm_1m_2}{R^2}, \quad (3)$$

où m_1 , m_2 sont des masses et R est une distance?

- 4. On définit le *débit* d'un tuyau d'arrosage comme le volume d'eau sortant par unité de temps. Quelles sont les dimensions du débit? L^3T^{-1}

Manipulations sur les unités

- ★ 5. Le joueur de football américain Tom Brady mesure 6 pieds et 4 pouces ("6 feet and 4 inches"). En sachant que 1 foot (symbole: ft) = 30.48 cm et 1 inch (symbole: in) = 2.4 cm , exprimer sa taille en centimètres (cm). Que vaut sa taille en utilisant uniquement des pouces (*inches*) ou uniquement des pieds (*feet*)?
- 6. Une mole (symbole: mol) est une unité sans dimension permettant de manipuler de façon pratique des grands nombres. Par définition, une mole vaut $6.02214076 \times 10^{23}$. Sachant que nous sommes 7.942 milliards d'êtres humains sur Terre, et en supposant que chaque humain contient 10^{14} cellules, combien de moles de cellule d'être humain y a-t-il sur Terre? $n = 1.319mol$
- 7. Pour un bloc de volume V et de masse M , on définit sa *densité de masse* par $\rho = M/V$. En supposant que $\rho = 750kg/m^3$ et $V = 245cm^3$, que vaut la masse M du bloc? $M = 1.84 \times 10^{-1}kg$
- 8. La vitesse moyenne de la dérive des continents de 25 mm par année. Que vaut cette vitesse dans les unités du Système International? $V = 7.93 \times 10^{-10}m/s$
- ★ 9. Le Kelvin (symbole K) est l'unité pour la température dans le Système International. On utilise aussi parfois le degré Celsius (symbole $^{\circ}C$) ou le degré Fahrenheit (symbole $^{\circ}F$). Par définition, on peut convertir les degrés Celsius en degrés Fahrenheit ou en Kelvin par les formules:

$$T(^{\circ}F) = \frac{9}{5}T(^{\circ}C) + 32, \quad (4)$$

$$T(K) = T(^{\circ}C) + 273, 15. \quad (5)$$

- (a) Que vaut $37^{\circ}C$ en degré Fahrenheit?
 - (b) Que vaut $37^{\circ}C$ en Kelvin?
 - (c) Inverser la loi de conversion (4) afin d'obtenir la relation permettant de convertir directement des degrés Fahrenheit en degré Celsius.
 - (d) En combinant (4) et (5), déterminer la relation permettant de convertir directement des degrés Fahrenheit en Kelvin.
 - (e) La loi de conversion entre Kelvin et degré Celsius respecte-t-elle la règle des proportions?
10. Afin de mesurer des angles, on utilise le degré (symbole: $^{\circ}$) (Attention à ne pas confondre avec les unités pour la température!). Par définition, 360° correspond à un tour complet du cercle (c'est donc un exemple de grandeur sans dimension). On utilise également le *radian* (symbole: *rad*), et par définition:

$$1 \text{ rad} = \frac{360^{\circ}}{2\pi}. \quad (6)$$

On définit également les unités suivantes: 1 tour (symbole: *tr*) vaut 360° et un grade (symbole: *gon*) vaut 0.9° .

- (a) Que valent les angles 45° , 90° , 180° , 270° en radians? Vous pouvez garder le symbole π dans vos réponses. $45^{\circ} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$, $180^{\circ} = \pi \text{ rad}$, $270^{\circ} = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$
- (b) Que vaut $\pi/3 \text{ rad}$ en tours? En degrés? En grades? $\frac{\pi}{3} \text{ rad} = \frac{1}{6} \text{ tr} = 60^{\circ} = 66.67 \text{ gon}$