Université Libre de Bruxelles

Année Académique 2023-2024 *PHYS-G1103*

Physique appliquée aux sciences de la Vie - Module I *Antonin Rovai et Vincent Wens*

BA1 en Sciences Biomédicales et Médecine Vétérinaire

Série d'exercice n° 5

Forces: Applications Statiques

Solutions finales des exercices à préparer et des exercices non-étoilés

1 Rappels

- La *dynamique* est l'étude des causes du mouvement, le concept central dans ce chapitre étant la notion de *force*. On s'intéresse ici aux *applications statiques*, c'est-à-dire où les corps sont tous au repos.
- Une force correspond à une *interaction* entre un corps et un ou plusieurs éléments de son environnement. Du point de vue mathématique, c'est un *vecteur*.
- La ***loi fondamentale de la dynamique*** met en relation la *force totale* $\vec{F}$ qui s'exerce sur un corps de masse m à son accélération $\vec{a}$:
$$\vec{F} = m\vec{a}\,. \tag{1}$$
- La force totale $\vec{F}$ est la *somme vectorielle* de toutes les forces agissant sur le corps.
- **Définition:** Le *Newton* (symbole: N) est l'unité de mesure du Système International pour la force, et vaut:
$$1N = 1kg.m.s^{-2}\,. \tag{2}$$
- On calcule les forces à l'aide de *modèles* (voir ci-dessous), applicables dans un *domaine de validité* (voir cours).
- Les forces discutées en cours sont les suivantes:
  1. Le **Poids** (ou **Pesanteur**; notation: $\vec{P}$): correspond à l'attraction gravitationnelle de la Terre.
  Modèle:
  $$\vec{P} = m\vec{g}\,, \tag{3}$$
  où $\vec{g}$ est appelé le *vecteur d'accélération gravitationnelle*. Il est dirigé vers le bas et est de norme $g = 10m/s^2$. (Attention: nos notations sont potentiellement ambiguës car P signifie à la fois le point d'intérêt et la norme de $\vec{P}$).

2. La **force de Rappel** d'un ressort (notation: $\vec{R}$): correspond à l'interaction entre un ressort et une masse attachée au bout de celui-ci (point P).
   Modèle: (loi de Hooke)
   $$\vec{R} = -k\overrightarrow{P_0P}\,, \tag{4}$$
   où k est une constante positive (appelée la *constante de rappel*) et P_0 correspond à la *position d'équilibre* du ressort; k a les unités d'une force par unité de longueur.
3. La **Tension** d'une corde (notation: $\vec{T}$): pour une corde de longueur L et *tendue*, cette force correspond à l'action de la corde sur les corps fixés à ses extrêmités.
   Modèle: la tension *s'ajuste automatiquement* en fonction des autres forces s'exerçant sur la masse de telle sorte que la distance entre le point d'attache et P ne dépasse pas L. Pour être plus précis, si on note $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$ les forces exercées par la corde sur ses extrêmités en P_1 et P_2 respectivement, alors on a toujours que $T_1 = T_2$, et la direction de $\vec{T}_1$ (resp. $\vec{T}_2$) est parallèle à la corde en P_1 (resp. P_2).
4. La **force Normale** (notation: $\vec{N}$): correspond à la force exercée par une surface rigide sur un corps en contact avec la surface et dirigée *perpendiculairement* à la surface.
   Modèle: la force normale *s'ajuste automatiquement* en fonction des autres forces s'exerçant sur la masse de telle sorte qu'elle reste à la surface ("ne s'enfonce pas" dans la surface rigide).
5. La **force de Frottement Statique** (notation: $\vec{F}_\mathrm{s}$): correspond, *dans le cas d'un corps immobile*, à la force exercée par une surface rigide sur le corps en contact avec la surface et dirigée *parallèlement* à la surface.
   Modèle: la force frottement statique *s'ajuste automatiquement* en fonction des autres forces s'exerçant sur la masse de telle sorte qu'elle reste immobile.
   On rappelle la **condition d'existence** suivante: la force de frottement statique n'existe *que* lorsque sa norme, F_s, est inférieure ou égale à $\mu_\mathrm{s}N$, où μ_s est un nombre sans dimension, appelé le *coefficient de frottement statique* et N est la norme de la force normale.

- Dans tout le cours, les exercices et les potentielles questions d'examens, on ne considère que des cordes et des ressorts de masses négligeables.

2 Exercices à préparer

Attention! Ces exercices **ne** seront **pas** corrigés durant la séance, mais les solutions seront disponibles sur l'UV.

1. Si la force totale s'exerçant sur une masse est nulle, que vaut son accélération? $\vec{a} = \vec{0}$
2. Que vaut la norme du poids d'un corps de masse $m = 1kg$? $P = 10N$
3. Si la seule force agissant sur un corps est la force de pesanteur, que vaut son accélération? $\vec{a} = \vec{g}$

3 Exercices

Les exercices marqués d'une étoile sont à résoudre en priorité.

⋆ 1. Une masse m ponctuelle est suspendue au plafond à l'aide d'une corde, voir figure 1. On suppose que la masse est immobile.

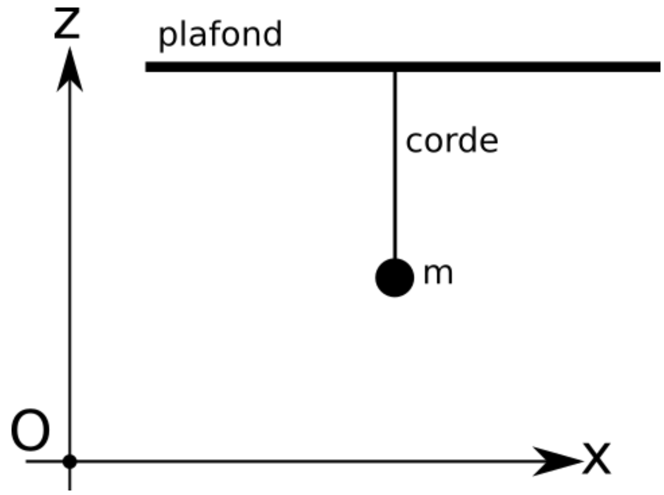

Figure 1: Une masse suspendue au plafond par une corde.

a. Représenter sur la figure 1 les forces $\vec{P}$ et $\vec{T}$ agissant sur la masse m.

b. Décomposer les forces $\vec{P}$ et $\vec{T}$ dans le système d'axe Oxz en fonction de leurs normes respectives P et T.

c. En utilisant les modèles pour $\vec{P}$ et $\vec{T}$, ainsi que la loi fondamentale de la dynamique, déterminer la valeur de T en fonction de m et g.

d. Application numérique: pour $m = 42kg$ et $g = 10m/s^2$, que vaut $\vec{T}$? (Attention, on demande ici de calculer un vecteur!)

e. On suppose maintenant que la corde se brise si sa tension excède $550N$. Quelle est la masse maximale $m_{\max}$ que nous pouvons suspendre à cette corde?

2. Une masse m ponctuelle est suspendue au plafond à l'aide d'un ressort, voir figure 2. On suppose que la masse est immobile. Afin de ne pas introduire de confusion dans les notations, on note A_0 la position d'équilibre du ressort et $A_\star$ la position de la masse.

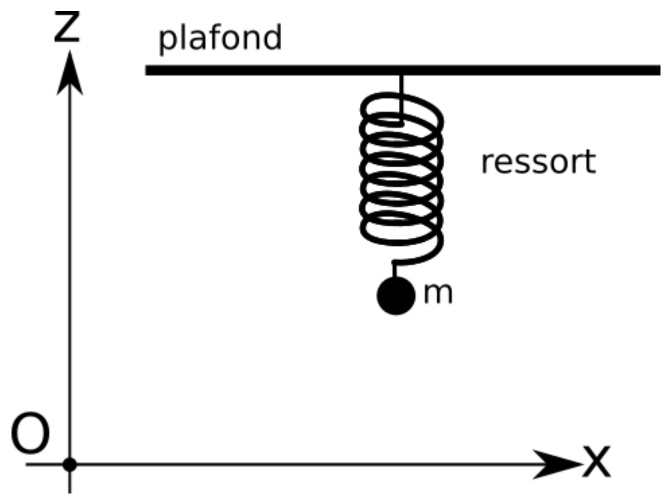

Figure 2: Une masse suspendue au plafond par un ressort.

a. Représenter sur la figure 2 les forces $\vec{P}$ et $\vec{R}$ agissant sur la masse m.

b. Décomposer les forces $\vec{P}$ et $\vec{R}$ dans le système d'axe Oxz en fonction de leurs normes respectives P et R. $\vec{P} = (0, -P), \vec{R} = (0, R)$

c. En utilisant le modèle pour $\vec{P}$ ainsi que la loi fondamentale de la dynamique, déterminer la valeur de R en fonction de m et g. $R = mg$

d. En utilisant maintenant le modèle pour $\vec{R}$, déterminer la valeur de $\overrightarrow{A_0A_\star}$ en fonction de m, g et k. (Attention, on demande ici de calculer un vecteur!) $\overrightarrow{A_0A_\star} = (0, -\frac{m}{k}g)$

e. Application numérique: pour $k = 1000N/m$, $m = 42kg$ et $g = 10m/s^2$, que vaut la norme de $\overrightarrow{A_0A_\star}$? $42cm$

⋆ 3. Une masse $m = 12kg$, ponctuelle, est posée sur un plan incliné à $\theta = 12°$ par rapport à l'horizontale. On suppose que la masse est immobile, voir figure 3 pour un récapitulatif.

Une fois n'est pas coutume, nous utilisons dans cet exercice un système d'axes Oxy avec l'axe Ox *incliné*. Pour être plus précis, nous supposons que l'axe Ox est parallèle au plan incliné, et l'axe Oy est, comme toujours, perpendiculaire à Ox.

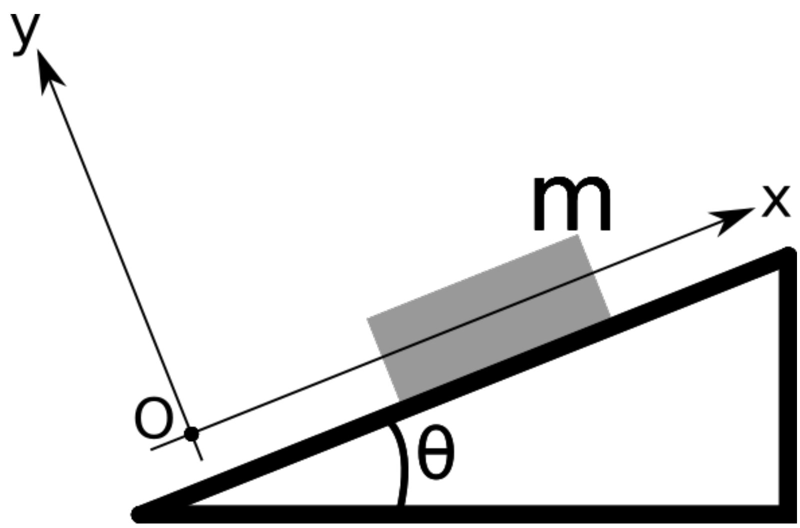

Figure 3: Un bloc de masse m schématise notre masse ponctuelle sur un plan incliné.

a. Représenter sur la figure 4 les forces $\vec{P}$ et $\vec{N}$ agissant sur la masse m.

b. Pouvez-vous deviner dans quel sens la force de frottement statique $\vec{F}_s$ doit-elle être dessinée? Ajouter cette force sur la figure 4.

c. Décomposer les forces $\vec{P}$, $\vec{N}$ et $\vec{F}_s$ dans le système d'axe Oxy en fonction de leurs normes respectives P, N et F_s et de l'angle θ. (Ne pas faire l'application numérique à ce stade.)

d. En utilisant les modèles pour ces trois forces, ainsi que la loi fondamentale de la dynamique, déterminer la valeur de N et F_s en fonction de m, g et θ, et procéder à l'application numérique.

e. Que doit valoir au minimum le coefficient de frottement statique μ_s afin que la condition d'existence pour la force de frottement statique soit satisfaite? Donner la valeur numérique.

4. **Note:** Dans cet exercice, nous revisitons exactement le même système qu'à l'exercice précédent, mais en utilisant un autre système d'axes.

Une masse $m = 12kg$, ponctuelle, est posée sur un plan incliné à $\theta = 12°$ par rapport à l'horizontale. On suppose que la masse est immobile, voir figure 4 pour un récapitulatif.

a. Représenter sur la figure 4 les forces $\vec{P}$ et $\vec{N}$ agissant sur la masse m.

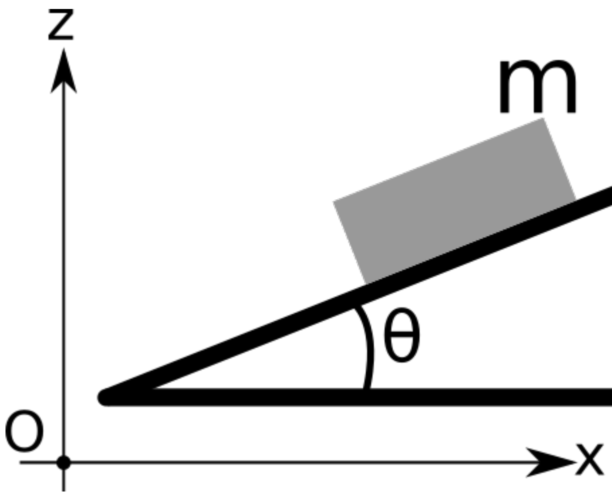

Figure 4: Un bloc de masse m schématise notre masse ponctuelle sur un plan incliné.

b. Pouvez-vous deviner dans quel sens la force de frottement statique $\vec{F}_s$ doit-elle être dessinée? Ajouter cette force sur la figure 4.

c. Décomposer les forces $\vec{P}$, $\vec{N}$ et $\vec{F}_s$ dans le système d'axe Oxz en fonction de leurs normes respectives P, N et F_s et de l'angle θ. (Ne pas faire l'application numérique à ce stade.)

d. En utilisant les modèles pour ces trois forces, ainsi que la loi fondamentale de la dynamique, déterminer la valeur de N et F_s en fonction de m, g et θ, et procéder à l'application numérique.

e. Que doit valoir au minimum le coefficient de frottement statique μ_s afin que la condition d'existence pour la force de frottement statique soit satisfaite? Donner la valeur numérique.

5. Une masse m_1 est posée sur un plan incliné avec un angle θ (par rapport à l'horizontale) et est reliée à une autre masse m_2 par une corde tendue. La corde passe par une poulie (sans masse et sans frottement) comme sur la figure 5, les deux masses sont ponctuelles et on suppose qu'elles sont immobiles.

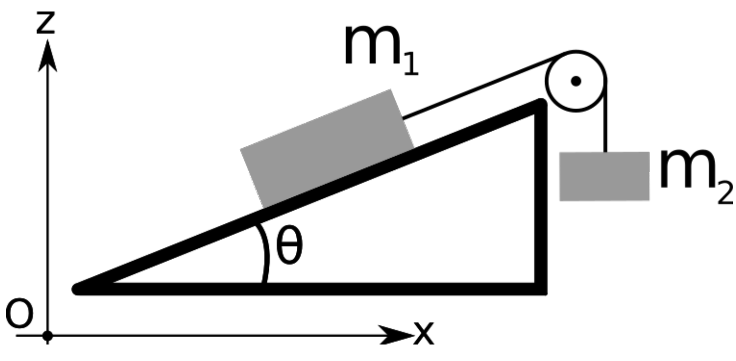

Figure 5: Deux blocs reliés par une code.

a. Représenter sur la figure 5 les forces $\vec{P}_1$, $\vec{T}_1$ et $\vec{N}$ agissant sur la masse m_1.

b. Représenter également les forces $\vec{P}_2$ et $\vec{T}_2$ agissant sur la masse m_2.

c. Expliquer pourquoi il est impossible, sans avoir plus d'information, de déterminer dans quel sens la force de frottement statique $\vec{F}_s$ est dirigée. Dans la suite de cet exercice, on suppose qu'elle est dirigée dans le sens opposé à $\vec{T}_1$.

d. Décomposer toutes les forces dans le système d'axe Oxz en fonction de leurs normes et de l'angle θ. $\vec{P}_1 = (0, -P_1), \vec{N} = N(-\sin\theta, \cos\theta), \vec{T}_1 = T_1(\cos\theta, \sin\theta), \vec{F}_S = F_S(\cos\theta, \sin\theta), \vec{T}_2 = (0, T_2), \vec{P}_2 = (0, -P_2)$

e. Déterminer la norme N ainsi que la norme F_s en fonction des paramètres m_1, m_2, g et θ. $N = m_1 g\cos\theta, F_S = (m_1\sin\theta - m_2)g$

f. A quelle condition sur θ, m_1 et m_2 les calculs précédent ont-ils un sens? (Indice: n'oubliez pas qu'une norme est toujours un nombre non-négatif.) $m_1\sin\theta > m_2$

g. Que doit valoir au minimum le coefficient de frottement statique μ_s afin que la condition d'existence pour la force de frottement statique soit satisfaite? $\mu_S > \tan\theta - \frac{m_2}{m_1\cos\theta}$

h. Refaire l'exercice en supposant maintenant que la force de frottement est dans le même sens que $\vec{T}_1$. $\mu_S > \frac{m_2}{m_1\cos\theta} - \tan\theta$