Université Libre de Bruxelles

Année Académique 2023-2024 — *PHYS-G1103*

Physique appliquée aux sciences de la Vie - Module I — *Antonin Rovai et Vincent Wens*

BA1 en Sciences Biomédicales et Médecine Vétérinaire

Série d'exercice n° 11

Hydrostatique

Solutions finales des exercices à préparer et des exercices non-étoilés

1 Rappels

- La mécanique des fluides décrit les propriétés des milieux continus tels que l'eau ou l'air. Ce sont des *fluides*, c'est-à-dire qu'ils ont tendance à occuper tout l'espace disponible de leur contenant.
- En *hydrostatique* on se focalise sur les fluides au repos.
- La *masse volumique* ρ est définie par
$$\rho = \frac{m}{V}\,, \tag{1}$$
où m est la masse du fluide et V le volume occupé par ce dernier.
- Lorsqu'un fluide est placé dans un contenant, il exerce une force sur les parois de ce dernier: c'est la *force de pression* $\vec{f}_{\mathrm{p}}$.
- En un point donné de la paroi, cette force est toujours orientée perpendiculairement à la paroi et dirigée vers l'extérieur du contenant.
- Si on note A l'aire de la paroi, alors on défini la *pression*, p, par le rapport:
$$p = \frac{f_{\mathrm{p}}}{A}\,, \tag{2}$$
où f_{p} est la norme de $\vec{f}_{\mathrm{p}}$.
- Les dimensions de p sont: $ML^{-1}T^{-2}$.
- L'unité dans le Système International pour la pression est le *Pascal* (symbole: Pa). Par définition,
$$1\,Pa = 1\,kg.m^{-1}.s^{-2}\,. \tag{3}$$
- En général, la masse volumique ρ dépend de la pression. Lorsque ce n'est pas le cas, on dit que le fluide est *incompressible*.
- La pression de l'air, à la température de 15° et au niveau de la mer, vaut
$$p_{\mathrm{atm}} = 101325\,Pa\,. \tag{4}$$
Dans ce cours, on arrondit cette valeur à $p_{\mathrm{atm}} = 10^5\,Pa$.

- La valeur de p_{atm} est utilisée pour définir une autre unité pour la pression: l'atmosphère (symbole: atm) est défini par $1\,atm = 101325\,Pa$.

- La masse volumique de l'eau lorsque la pression vaut $1\,atm$ est notée ρ_0 et vaut

$$\rho_0 = 997\,kg.m^{-3}\,. \tag{5}$$

  Dans ce cours, on arrondit cette valeur à $\rho_0 = 1000\,kg.m^{-3}$.

- En très bonne approximation, l'eau est un fluide incompressible: il faut augmenter la pression à $224\,atm$ afin d'augmenter sa masse volumique de 1% par rapport à sa valeur (5).

- Afin de calculer la pression dans un fluide incompressible au repos, nous pouvons utiliser la *loi de Pascal*: pour P_1 et P_2 deux points dans le fluide, la différence de pression $\Delta p = p_2 - p_1$ vaut

$$\Delta p = \rho\vec{g}\cdot\overrightarrow{P_1P_2}\,, \tag{6}$$

  où $\vec{g}$ est la vecteur d'accélération gravitationnelle et ρ est la masse volumique du fluide.

- Lorsqu'un corps solide est immergé (totalement ou partiellement) dans l'eau, la force totale de pression exercée sur le solide est appelée la *force d'Archimède* et est notée $\vec{A}$; elle est donnée par

$$\vec{A} = -\rho V_{\mathrm{i}}\vec{g}\,, \tag{7}$$

  où V_{i} est le volume immergé du solide et ρ est la masse volumique du fluide.

2 Exercices à préparer

Attention! Ces exercices **ne** seront **pas** corrigés durant la séance, mais les solutions seront disponibles sur l'UV.

1. Que vaut la pression correspondant à un fluide exerçant une force de $150N$ sur une surface d'aire $10cm^2$? Exprimer votre résultat dans les unités du SI. $1.5 \times 10^5 Pa$

2. A quelle profondeur devons-nous plonger dans l'océan afin d'atteindre une pression de $224\,atm$? On prend ρ_0 pour la masse volumique de l'eau de mer. $h = 2230m$

3 Exercices

Les exercices marqués d'une étoile sont à résoudre en priorité.

⋆ 1. On considère une bassine remplie d'eau dans laquelle deux blocs sont liés par une corde. Le bloc 1 a un volume $V_1 = 300cm^3$ et une masse volumique $\rho_1 = 90kg/m^3$ et le bloc 2 a un volume $V_2 = 400cm^3$ et une masse volumique $\rho_2 = 700kg/m^3$. Les deux blocs, moins denses que l'eau, ont tendance à flotter, mais le bloc 2 est attaché au fond de la bassine par une chaîne. Voir figure 1 pour un récapitulatif.

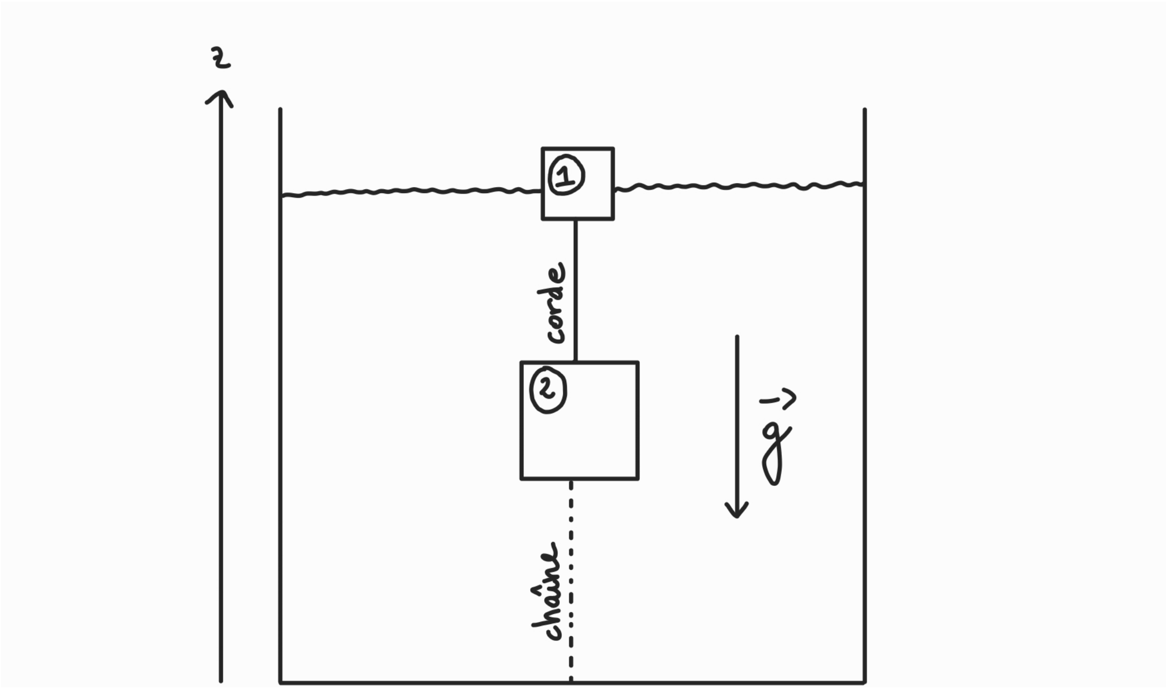

Figure 1: Deux blocs sont attachés ensemble par une corde tendue dans une bassine. Le bloc du dessous est attaché par une chaîne au fond de la bassine. Nous prenons l'axe des z comme indiqué sur la figure.

On suppose pour l'instant que 15% du volume du bloc 1 est immergé dans l'eau, que le bloc 2 est totalement immérgé que la corde et la chaîne sont tendues et que le système est à l'équilibre. On néglige de plus la masse de la corde ainsi que la masse de la chaîne.

(a) Calculer les masses M_1 et M_2 des blocs 1 et 2.

(b) Quelle est la tension T_{corde} dans la corde?

(c) Quelle est la tension T_{ch} dans la chaine?

On augmente maintenant progressivement le niveau de l'eau dans la bassine. On suppose de plus que la chaîne se brise si sa tension excède $500N$ tandis que la tension de la corde ne peut dépasser $150N$ sans se rompre.

(d) Peut-on complètement immerger le bloc 1 sans briser la chaine et sans rompre la corde? Si oui, démontrer pourquoi.
Si non, déterminer laquelle des deux cède en premier, et à quelle valeur du volume immergé du bloc 1 la rupture a lieu.

2. On considère une bassine dont l'aire du fond est A et les bords, verticaux, ont une hauteur H. La bassine est remplie d'eau jusqu'à une hauteur h, h étant plus petit que H, et on note p_{atm} la pression atmosphérique. Voir figure 2.

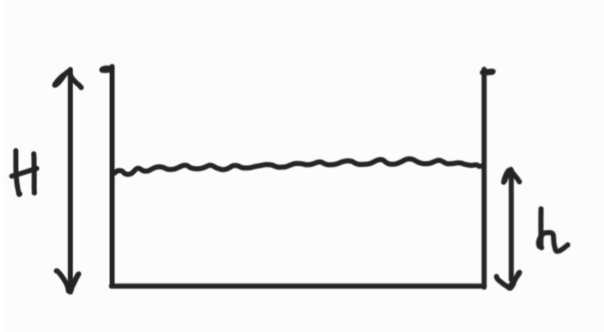

Figure 2: Une bassine partiellement remplie d'eau.

(a) Quelle est la pression p au fond de la bassine? $p = p_{\mathrm{atm}} + \rho_0 g h$

(b) Quelle est la force de pression f_{p} exercée par l'eau sur le fond de la bassine en fonction A et h? $f_{\mathrm{p}} = A(p_{\mathrm{atm}} + \rho_0 g h)$

On ajoute maintenant un petit bloc de masse M et de volume V dans la bassine, voir figure 3. On note Δh l'augmentation de la hauteur du niveau de l'eau dans la bassine. Le niveau d'eau est donc maintenant à $h + \Delta h$.

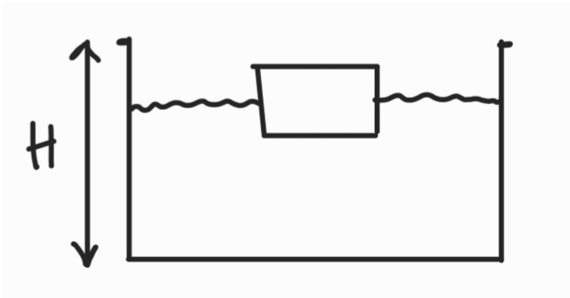

Figure 3: On ajoute un bloc dans la bassine.

(c) A quelle condition sur M le bloc flotte-t-il? $M < \rho_0 V$

(d) Quelle est la force de pression f'_{p} exercée par l'eau sur le fond de la bassine? Exprimez votre réponse en fonction la pression p que l'on avait avant d'ajouter le bloc. $f'_{\mathrm{p}} = Ap + Mg$

(e) En calculant la pression p' au fond de la bassine, déterminer la valeur de l'augmentation de la hauteur d'eau Δh en fonction de M, A et la masse volumique de l'eau. $\Delta h = \frac{M}{\rho_0 A}$

⋆ 3. On considère un vase en forme de "U" dans lequel on place deux liquides incompressibles, chacun dans une colonne du vase. Les liquides sont de masse volumique ρ_1 et ρ_2 différentes et sont non-miscibles, c'est-à-dire qu'ils ne se mélangent pas. Les deux colonnes du vase sont ouvertes à l'air libre, et on note h_1 et h_2 les hauteurs des liquides. On suppose que $\rho_2 > \rho_1$. Voir figure 4 pour un récapitulatif.

Le point A se trouve à la surface du liquide de gauche, le point B se trouve dans le liquide de gauche au point le plus bas de la colonne de gauche et le point C se trouve dans le liquide de droite au point le plus bas de la colonne de droite. Le fond du vase étant horizontal, les points B et C sont à la même hauteur.

(a) Que vaut la pression p_A au point A?

(b) Que vaut la pression p_B au point B? Exprimez votre réponse en terme de ρ_1 et h_1.

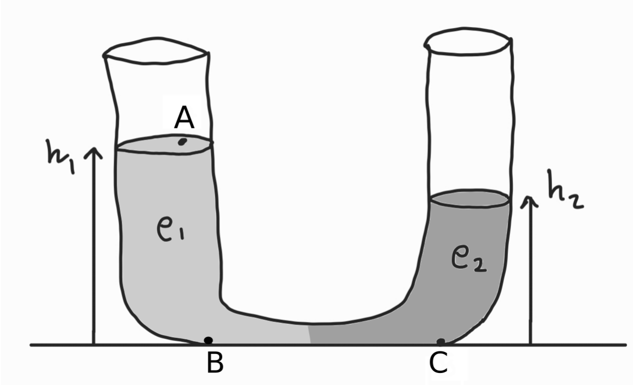

Figure 4: Un vase rempli avec deux liquides de masses volumiques différentes.

(c) Que vaut la pression p_C au point C? Exprimez votre réponse en terme de ρ_2 et h_2.

(d) En utilisant la loi de Pascal pour les points appropriés, montrer que l'on peut calculer le rapport des masses volumiques ρ_1/ρ_2 à l'aide de h_1 et h_2.

(e) Application numérique: calculer ρ_2 en supposant que $\rho_1 = 1000kg/m^3$, $h_1 = 12cm$ et $h_2 = 6cm$.