Information importante

Nouvelle adresse pour les notes de cours, exercices, et examens:

antonin.rovai .web.ulb.be/enseignement

(29/09/2023)

Remarques:

- On définit $T = \frac{2\pi}{\omega}$ "période".

$$[T] = \left[\frac{2\pi}{\omega}\right] = T \quad (\text{temps}).$$

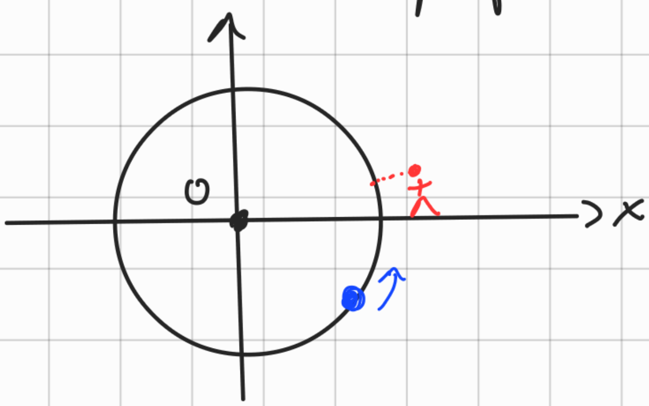
Interprétation : T = temps pour faire 1 tour.

$$\theta(t+T) = \omega(t+T) + \theta_0$$
$$= \omega t + 2\pi + \theta_0$$
$$= \theta(t) + 2\pi$$

$$\Rightarrow \vec{r}(t+T) = \vec{r}(t).$$

- On définit $\nu = \frac{1}{T} \left(= \frac{\omega}{2\pi}\right)$.

$[\nu] = T^{-1}$ "fréquence".



Unité SI : $s^{-1} = Hz$.

F. Produit Scalaire

Définition : $\vec{A} = (A_x, A_y)$

$\vec{B} = (B_x, B_y)$

Le produit scalaire de $\vec{A}$ avec $\vec{B}$ vaut

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y$$

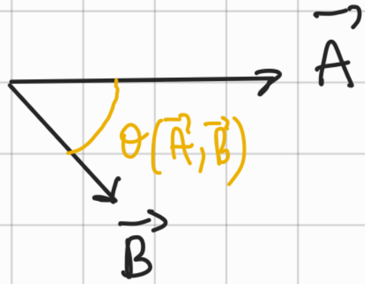
Exemple :

$\vec{A} = (1, 2)$ $\vec{B} = (3, 4)$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = 1 \times 3 + 2 \times 4 = 11$.

Propriété : $\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta(\vec{A},\vec{B})$

où $A = \|\vec{A}\|$, $B = \|\vec{B}\|$ et $\theta(\vec{A},\vec{B})$ est l'angle compris entre 0 et π formé par les vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{B}$:



Conséquence : si $\vec{A}$ et $\vec{B}$ sont perpendiculaires, alors $\vec{A}\cdot\vec{B} = 0$.

(La réciproque est aussi vraie).

Retour sur le MCU :

$$\vec{r}(t) = R\left(\cos(\omega t+\theta_0),\ \sin(\omega t+\theta_0)\right)$$

$$\vec{v}(t) = \omega R\left(-\sin(\omega t+\theta_0),\ \cos(\omega t+\theta_0)\right)$$

Q : $\vec{r}(t) \cdot \vec{v}(t) = ?$

$$\underbrace{\vec{r}(t)\cdot\vec{v}(t)}_{\vec{A}\cdot\vec{B}} = \underbrace{(R\cos\theta)}_{A_x}\underbrace{(-\omega R\sin\theta)}_{B_x} + \underbrace{(R\sin\theta)}_{A_y}\underbrace{(\omega R\cos\theta)}_{B_y}$$

$$= -\omega R^2\cos\theta\sin\theta + \omega R^2\sin\theta\cos\theta$$

$$= 0.$$

$\Rightarrow$ Conclusion : $\vec{r}(t)\cdot\vec{v}(t) = 0$ pour tout temps.

$\Rightarrow$ toujours perpendiculaires.

Exemples de trajectoires

a. MRU.

$$\vec{r}(t) = \underbrace{\vec{r}_0 + \vec{v}_0}_{\text{paramètres}} t \qquad (x(t) = x_0 + v_0 t)$$

$\vec{r}_0 = (-2\,m, 42\,cm)$

$\vec{v}_0 = (-2.7\,km/s, 0\,m/s)$

$\vec{r}_0$ = position initiale.

$\vec{v}_0$ = vitesse (initiale)

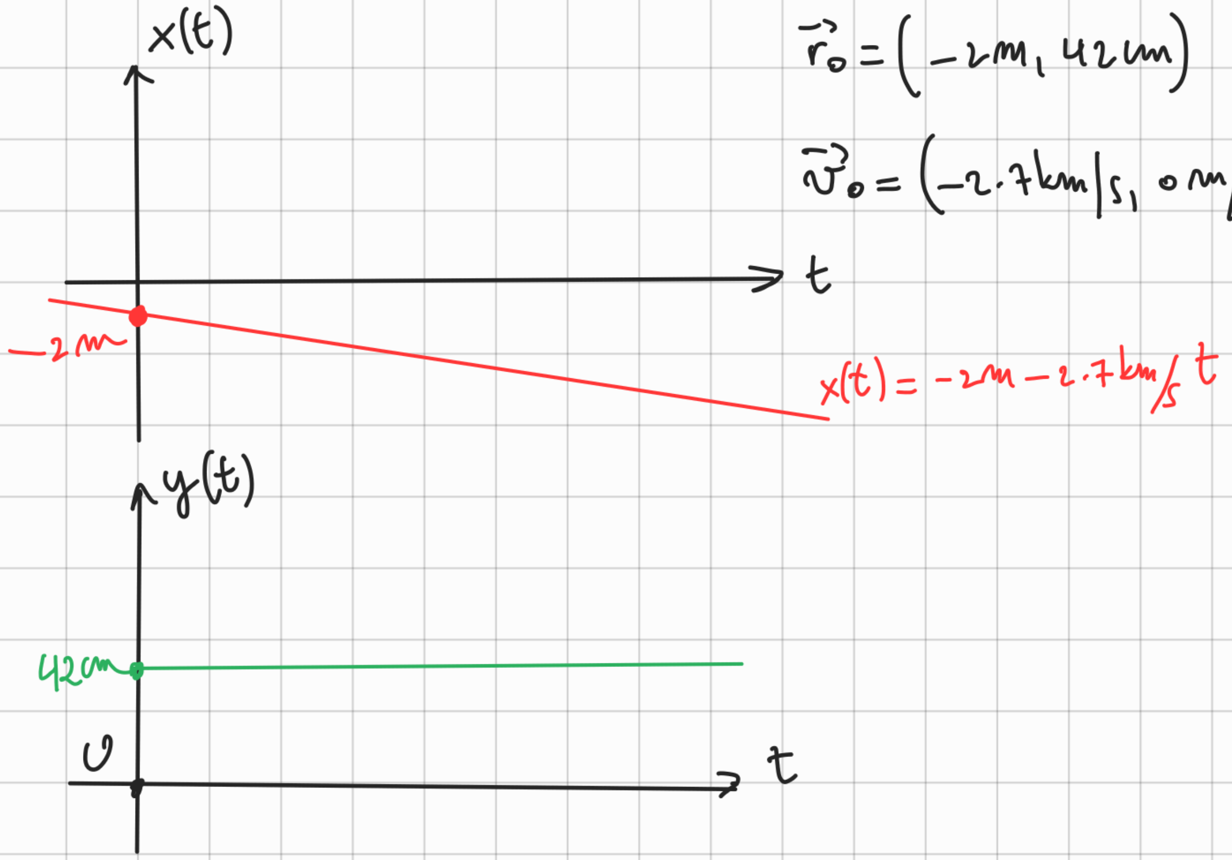
$\vec{v}(t) = \vec{v}_0$ vitesse est constante.

$\vec{a}(t) = \vec{0}$ $\vec{0} = (0, 0)$

Propriété : pour un MRU, $\vec{a}(t) = \vec{0}$.

$\vec{r}_0 = (-2m, 42cm)$

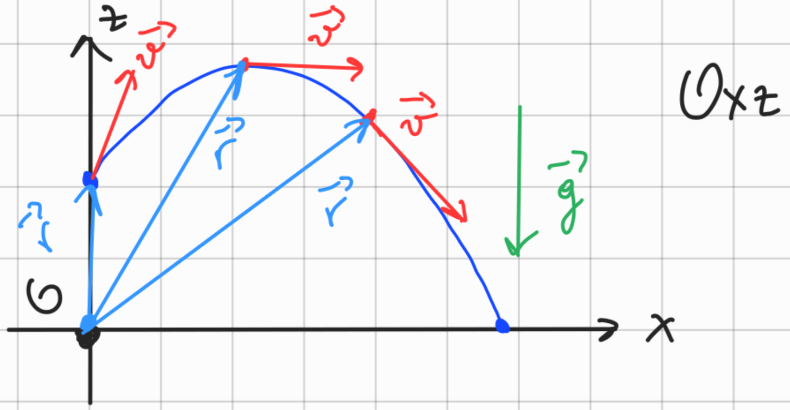
$\vec{v}_0 = (-2.7km/s, 0 m/s)$



b. MRUA

$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}\, t^2$

$\vec{r}_0$, $\vec{v}_0$ et $\vec{g}$: paramètres.



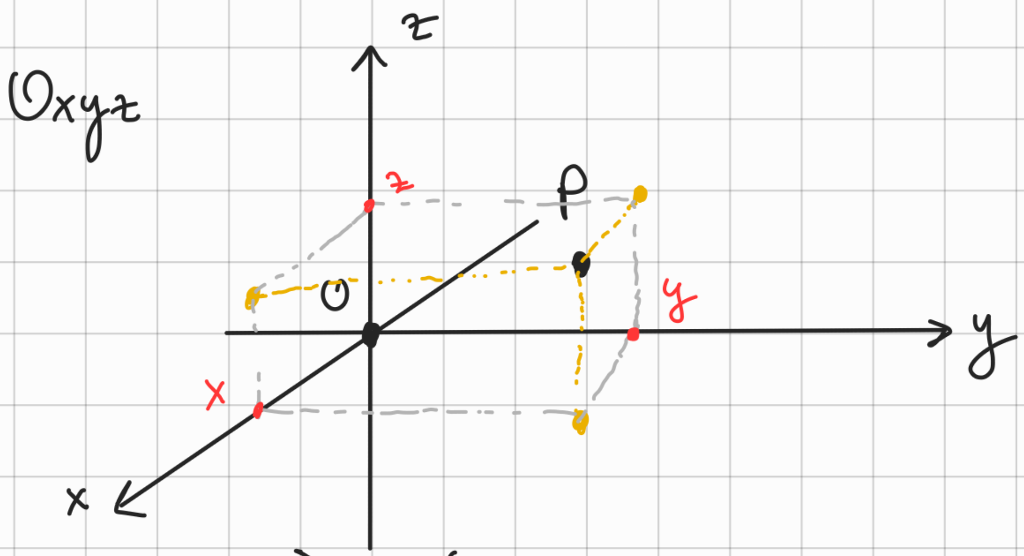
$\vec{g} = (0, -g)$ où $g = 10 m/s^2$.

$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}\,t$

$\vec{a}(t) = \vec{g}$ constant !

Propriété : pour le MRUA, l'accélération est constante.

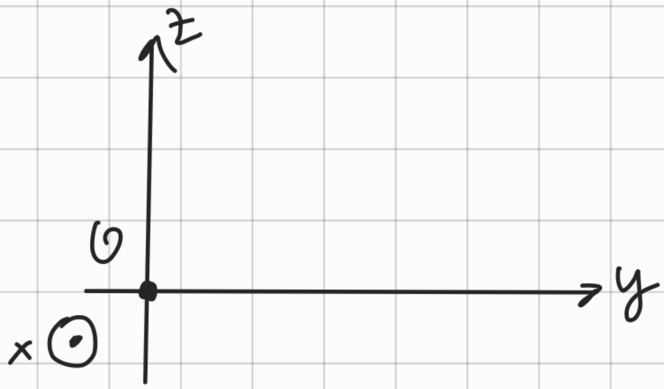
II. Généralisation en 3 dimensions

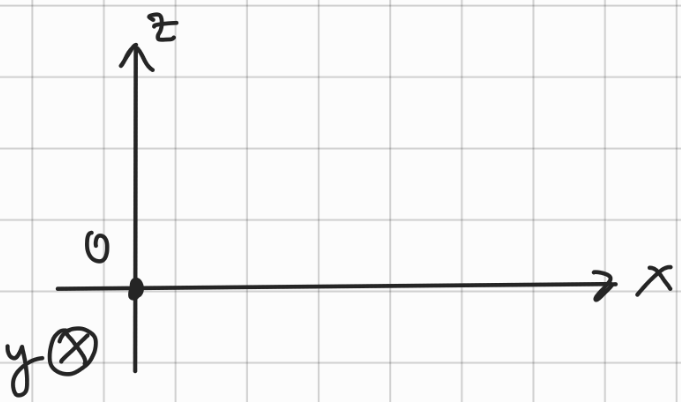


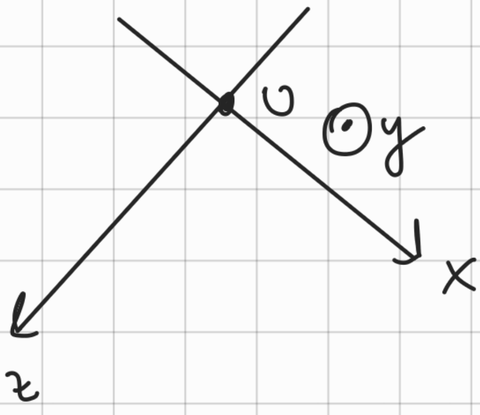
$\overrightarrow{OP} = (x, y, z)$

$$\vec{r}(t) = \overrightarrow{OP}(t) \xrightarrow{\text{dérive}} \vec{v}(t) \xrightarrow{\text{dérive}} \vec{a}(t)$$

Notation :







Flèche d'indien :