(04/10/2023)

III. Dynamique

1. Introduction

Cinématique → trajectoire données.

Origine de ces trajectoires ?

→ besoin de modéliser les interactions entre le corps d'intérêt et son environnement.

⇒ dynamique

Newton : compréhension quantitative de la relation entre les interactions et la cinématique.

Exemples :

a). Corps lancé en l'air.

(1) → interaction avec la Terre

("pesanteur")

(2) -> l'air ("frottements").

(3) -> lumière

Les interactions (2), (3) -> négligées.

-> approximation (potentiellement très bonne !).

b). Masse attachée à des ressorts déformés.

-> interactions avec les ressorts.

c). Tension : interaction entre une corde tendue et une masse attachée à l'une de ses extrémités.

d). Interactions : frottements entre un corps et une surface.

Autre ex. : interaction entre un

un corps immergé dans un fluide

et le fluide lui-même.

=> pour toutes ces interactions : modèles.

Idée : une interaction se représente

mathématiquement par un vecteur.

Le vecteur est appelé la force.

Modèle pour une interaction
=
formule pour la force.

2. Relation fondamentale de la dynamique

Corps de masse m.

A). Force totale : $\vec{F}$ = somme vectorielle

des forces s'exerçant sur m

B). L'accélération $\vec{a}$ de m est telle que

$$\boxed{\vec{F} = m\,\vec{a}}$$

Outil pour le lien entre la modélisation des interactions $(\vec{F})$ et la cinématique $(\vec{a})$.

Remarque : $[\vec{F}] = M\,L\,T^{-2}$ (= dimension)

Unités SI : $kg\ m\ s^{-2}$

Définition : le Newton (N) est défini par

$$1\,N = 1\,kg\ m\ s^{-2}.$$

Question : comment trouve-t-on les trajectoires ?

Si $\vec{a}(t)$ est connu, on peut déterminer $\vec{v}(t)$ et $\vec{r}(t)$ par intégration :

$$\vec{v}(t) = \vec{v}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t')\,dt'$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t')\,dt'$$

Premier exemple :

$$\vec{F} = \vec{0} \iff \vec{a} = \vec{0}.$$

Trajectoire ?

$$\vec{v}(t) = \overrightarrow{\text{constante}} = \vec{v}_0$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t$$

MRU.

$\vec{r}_0$ et $\vec{v}_0$ sont des paramètres de la trajectoire.

<u>Pas</u> fixé par $\vec{F} = m\vec{a}$.

Si $\vec{a}(t) = \vec{0}$ $\Rightarrow$ MRU

On a aussi : MRU $\Rightarrow \vec{a}(t) = \vec{0} \Rightarrow \vec{F} = \vec{0}$.

Cas particulier :

Corps immobile $\left(\vec{r}(t) = \vec{r_0} \right)$.

$$\Downarrow$$

$$\vec{F} = \vec{0}.$$

Second exemple

$\vec{F} = \vec{F_0}$ constante. (hypothèse)

$\Rightarrow$ $\vec{F} = m\vec{a}$ implique $\vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F_0}$, donc

l'accélération est une constante.

$$\vec{v}(t) = \vec{v_0} + \frac{1}{m}\vec{F_0}\, t$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r_0} + \vec{v_0}\, t + \frac{1}{2}\frac{1}{m}\vec{F_0}\, t^2$$

MRUA.

Expérience $m_0 = 112g$ $\Delta m = 20g$

$m = m_0 + n\Delta m$	Δt	Δv	$\Delta v / \Delta t$	$m \frac{\Delta v}{\Delta t}$
$n=0 \Rightarrow m = 112g$	0.140 s	1.48 m/s	10.57 m/s²	1,18 N
$n=1 \Rightarrow m = 132g$	0.157 s	1.38 m/s	8.79 m/s²	1,16 N
$n=2 \Rightarrow m = 152g$	0.163 s	1.29 m/s	7.91 m/s²	1.20 N
$n=3 \Rightarrow m = 172g$	0.178 s	1.21 m/s	6.80 m/s²	1.17 N

3. Premières applications

a. Corps ponctuel en chute libre

Définition : chute libre = la seule interaction est celle de la pesanteur. (= force de gravité)

Notation : on note $\vec{P}$ la force

correspondante.

Modèle : $\vec{P} = m\vec{g}$

où $\vec{g}$ est un vecteur constant, de norme $g = 10 m/s^2$ et dirigé vers le sol (et vertical).

En particulier, $\vec{P}$ est constant.

Ainsi, les trajectoires en chute libre dans ce modèle sont des MRUA.

En particulier : $\vec{F} = m\vec{a}$ donne

$\vec{P} = m\vec{a}$ (chute libre)

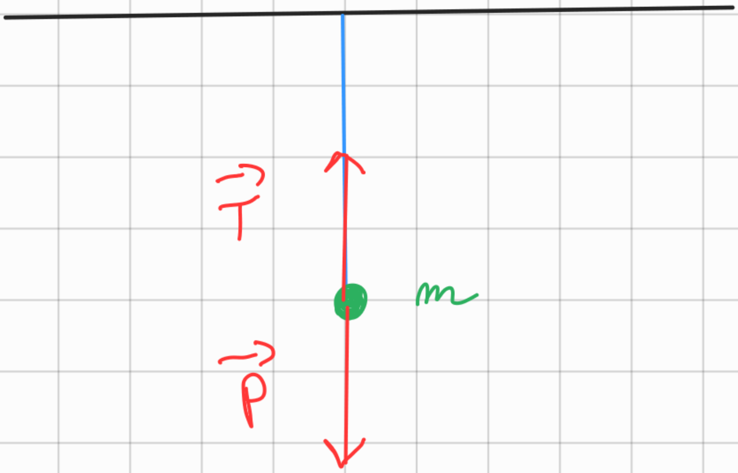
$m\vec{g} = m\vec{a}$ (modèle)

$\vec{a} = \vec{g} = \overrightarrow{\text{constante}}$.

$$\Rightarrow \boxed{\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}\,t^2}.$$

Particularité : la force $\vec{P}$ est proportionnelle à la masse.

b. Masse suspendue au plafond par une corde



2 interactions : $\vec{P}$ et $\vec{T}$

Immobile $\Rightarrow \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{T} = -\vec{P}$.

$$T = \|\vec{T}\| = \|-\vec{P}\| = P = mg$$