(11/10/2023)

(suite force de tension)

Tension d'une corde tendue est telle que les points de la corde restent à distance constante l'un de l'autre.

Ceci est un modèle.

Ex. : fil de nylon va se déformer si la tension est suffisamment importante.

Il y a aussi une tension maximale que la corde peut supporter.

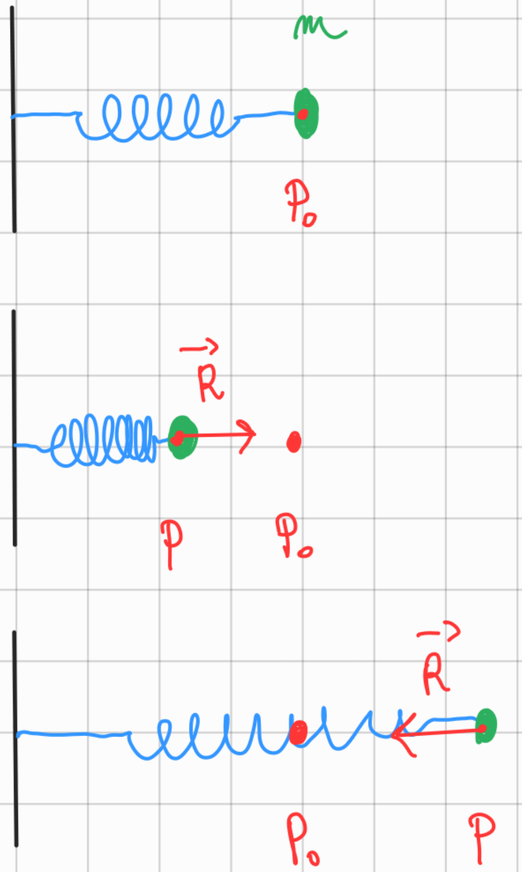
T_c "tension critique".

$$T_1 \leq T_c \Rightarrow m \leq \frac{T_c}{g}$$

(dans notre exemple).

c. Ressort et la loi de Hooke

Décrire l'interaction entre un ressort et une masse m attachée à l'une de ses extrémités. On suppose que l'autre extrémité est fixée.



P_0 : position d'équilibre

Ceci fixe la direction de $\vec{R}$.

Quid de la norme ?

Modèle (loi de Hoocke)

$\|\vec{R}\|$ est proportionnelle à l'élongation du ressort.

Elongation : $|e| = \|\overrightarrow{P_0P}\|$

$e > 0$ si ressort étiré

$e < 0$ si comprimé.

En résumé :

$$\vec{R} = -k\,\overrightarrow{P_0P}$$

où $k > 0$ est une constante.

$$\|\vec{R}\| = R = k|e|.$$

k ?

$$[k] = \frac{[\vec{R}]}{L} = \frac{[\text{force}]}{L}$$

k dans le SI a les unités de

N/m.

$$[k] = \frac{MLT^{-2}}{L} = MT^{-2}.$$

Interprétation ?

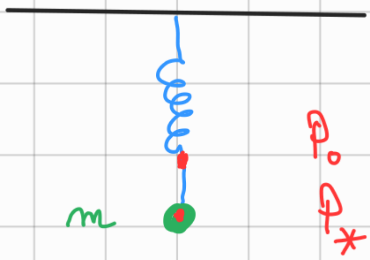
" k gd $\Rightarrow$ R gd "

(Amortisseur de voiture $\to$ k grand

Ressort jouet $\to$ k petit.)

Deux applications

i. Statique



P_* : position d'équilibre dans le champ de pesanteur.

On est à l'équilibre.

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = \vec{0}.$$

Forces en jeu ? $\vec{P}$, $\vec{R}$:

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$$

Ceci est une équation pour l'élongation e :

$$\vec{R} = -\vec{P}.$$

=> on trouve, par $\vec{F} = m\vec{a}$, que $\vec{R}$ est opposée à $\vec{P}$ et égale en norme à $\vec{P}$.

On trouve donc

$$R = P$$

Modules => $k|e| = mg$

$$\Rightarrow \boxed{|e| = \frac{mg}{k}}$$

ii. Dynamique

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{R}$$

$$= m\vec{g} - k\overrightarrow{P_0P}$$

$$= m\vec{g} - k\left(\overrightarrow{P_0P_*} + \overrightarrow{P_*P}\right)$$

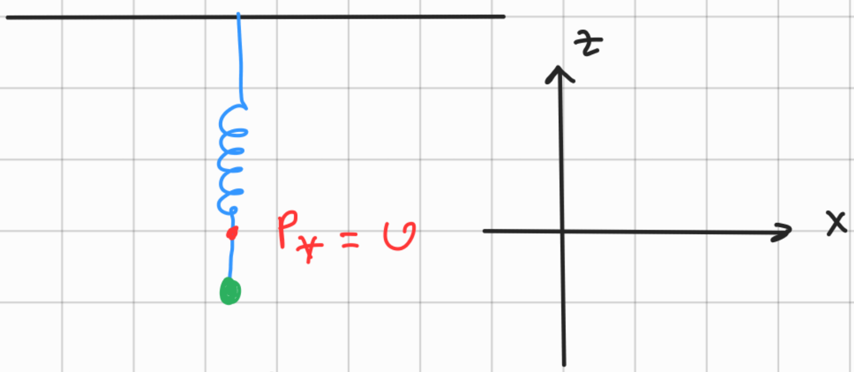
$$= \underbrace{\left(m\vec{g} - k\overrightarrow{P_0P_*}\right)}_{=\vec{0} \text{ par définition de } P_*} - k\overrightarrow{P_*P}$$

Conclusion : $-k\overrightarrow{P_*P} = m\vec{a}$.

On choisit le point de référence $O = P_*$.

$\vec{r} = \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{P_*P}$

$$\Rightarrow -k\vec{r} = m\vec{a} \qquad \boxed{\vec{a} = -\frac{k}{m}\vec{r}}$$



$\vec{r}(t) = (0, z(t))$.

$$\Rightarrow \vec{a}(t) = (0, z''(t))$$

$$\boxed{z''(t) = -\frac{k}{m} z(t)}$$

Ceci est une équation pour la fonction $z(t)$.

"Equation différentielle du second ordre".

($\rightarrow$ dérivée seconde z'' apparaît).

Solution générale:

$$z(t) = A \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\, t + \theta_0\right)$$

$\Rightarrow A, \theta_0$: paramètres.

$[A] = L \qquad [\theta_0] = [\text{angle}]$.

$\Rightarrow$ mvt harmonique de vitesse angulaire

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

A et θ_0 ne sont pas fixés par l'éq. de la dynamique.

Interpretation : $k \nearrow$, $\omega \nearrow$

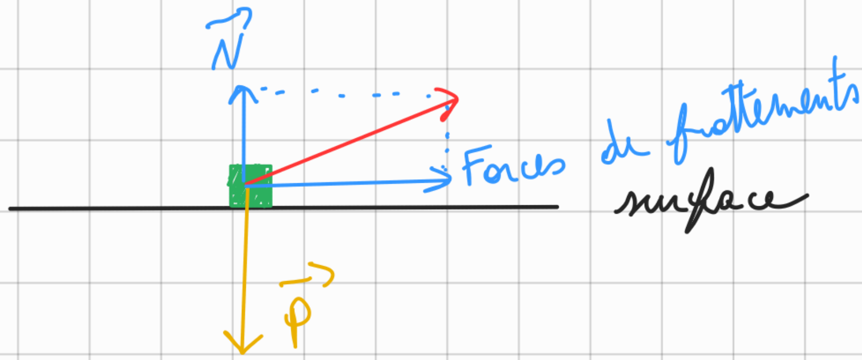
$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Si $m \nearrow$, $\omega \searrow$.

$$[\omega] = \dots = T^{-1}$$

4. Forces exercées par un plan rigide

En général, un corps posé sur une table va subir une force en plus de son poids :



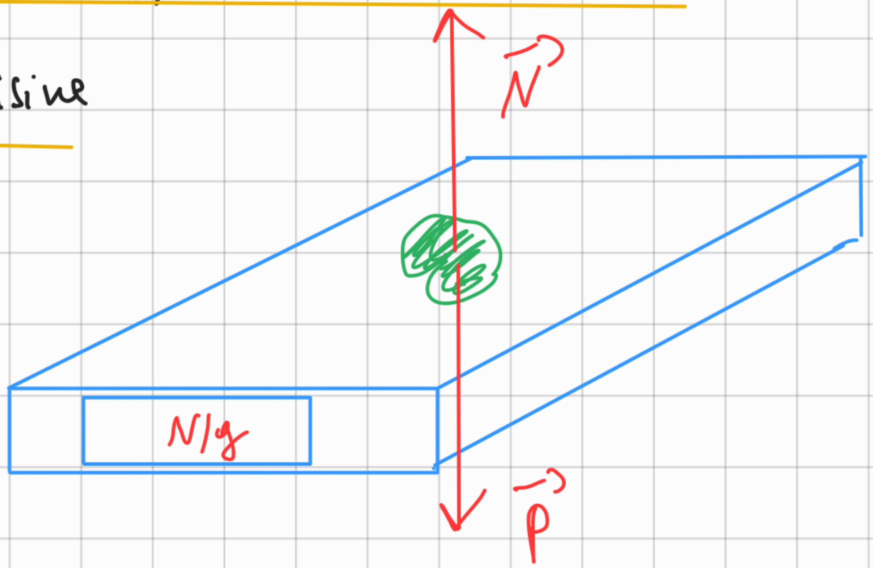
a). La force normale

Par définition : composante orthogonale au plan de la force exercée par le plan sur le corps.

"normal" = "orthogonal".

Son "but" : empêcher le corps de déformer le plan.

Exemple d'application : balance de cuisine



Equilibre $\Rightarrow$ $\vec{N} = -\vec{P}$.

$$N = mg$$

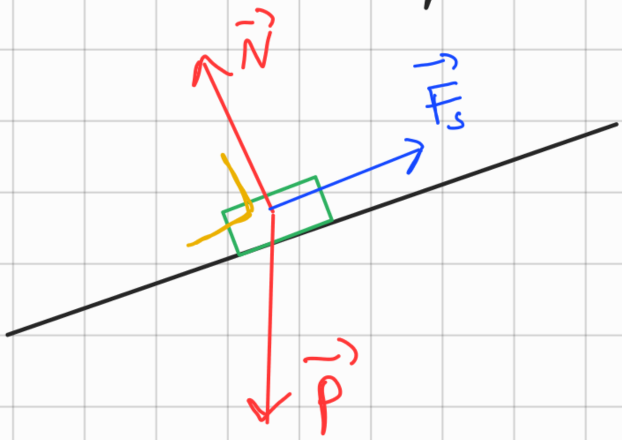
Afficheur : $\dfrac{N}{g}$.

Si on est sur la lune, l'accélération gravit. vaut $g_L < g = 10 m/s^2$.

$$\frac{N}{g} = m \frac{g_L}{g}.$$

b). Forces de frottements statiques.

Force parallèle au plan :



$\vec{F}_s$: frottements statiques.

"But" : maintenir le corps à l'équilibre.

Condition d'existence de cette force :

$$F_s \leq \mu_s N$$

norme

μ_s : coefficient de frottements statique.

$[\mu_s] = 1$

$N = \|\vec{N}\|$.