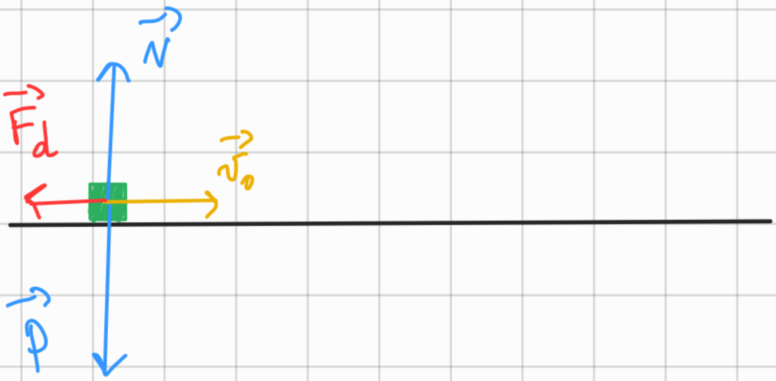
(13/10/2023)

c). Frottements dynamiques (cinématiques)

Corps en mouvement sur la surface.

" Force qui s'oppose au mouvement".



$\vec{F}_d$: Frottements dynamiques.

Direction : opposée à $\vec{v}_0$.

Norme : (modèle) $F_d = \mu_d N$

$[\mu_d] = 1$; "coefficient de frottements dynamiques".

II. Théorèmes de conservation

1. Energie, Puissance et Travail

1.1. Energie Cinétique

Déf. : pour un corps ponctuel de masse m et de vitesse $\vec{v}$, on définit l'énergie cinétique E_c :

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 .$$

$[E_c] = M L^2 T^{-2}$

SI : $kg\, m^2 s^{-2} = 1\, J$ (Joule).

Exemple : i. $m = 70\, kg$ $v = 5\, km/h$

$$\Rightarrow E_c = \dots = 67.5\, J .$$

ii. $m = 10\, t$ $v = 200\, km/h$

$$E_c = 1.5 \times 10^7\, J$$

Remarques :

1). $E_c \geq 0$ et $E_c = 0$ uniquement si $\vec{v} = \vec{0}$.

2). En général, E_c est une fonction du temps :

$$E_c(t).$$

" $E_c(t)$ n'est pas conservée".

1.2. Forces conservatives et Energie Potentielle.

Si la force $\vec{f}$ est conservative, il existe une fonction $E_p(t)$, appelée énergie potentielle, telle que

$$E_c(t) + E_p(t)$$

ne dépend pas du temps.

<u>Déf.</u> : La somme $E_c + E_p$ est appelé l'énergie mécanique.

<u>Exemples</u> :

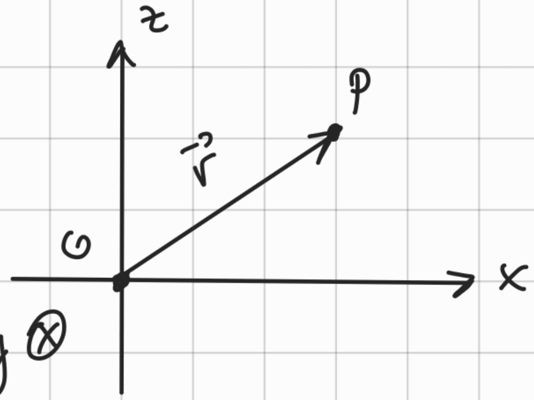
1). Pour le poid $\vec{P} = m\vec{g}$:

$$E_p = -m\vec{g}\cdot\vec{r}$$

$\vec{r}$: position du corps.

$\vec{g}$: vecteur d'accélération gravit.

E_p : "énergie gravit.".



$\vec{g} = (0, 0, -g)$

$\vec{r} = (x, y, z)$

$$\vec{g}\cdot\vec{r} = -gz \quad \Rightarrow E_p = mgz.$$

On prétend donc que

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgz$$

ne dépend pas du temps.

$$z(t) = z_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow v_z(t) = v_0 - gt$$

$$v^2 = v_z^2 = v_0^2 + g^2t^2 - 2v_0 g t$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + \cancel{\frac{1}{2}mg^2t^2} - \cancel{mv_0 g}t$$

$$mgz = mgz_0 + \cancel{mg\,v_0}t - \cancel{\frac{1}{2}mg^2t^2}$$

$$\Rightarrow E = E_c(t) + E_p(t) = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgz_0.$$

2). Pour la force de rappel :

$$\vec{R} = -k\,\overrightarrow{P_0P}$$

$$E_p = \frac{k}{2}\left\|\overrightarrow{P_0P}\right\|^2 = \frac{k}{2}e^2$$

3). S'il y plusieurs forces conservatives, on additionne simplement les énergies potentielles.

ex : $\vec{F} = \vec{P} + \vec{R}$

$$E_p = -m\vec{g}\cdot\vec{r} + \frac{k}{2}\|\vec{P_0P}\|^2 .$$

Propriété (théorème de la conservation de l'énergie)

Si toutes les forces s'exerçant sur un corps sont conservatives, alors l'énergie mécanique est conservée.

1.3. Travail et Puissance

Idée : formaliser la notion de transfert d'énergie.

Définition : pour un corps ayant une vitesse $\vec{v}$ et sur lequel une force $\vec{f}$ s'exerce,

la puissance associée à $\vec{f}$ vaut

$$\mathcal{P}(t) = \vec{v}(t) \cdot \vec{f}$$

$$[\mathcal{P}] = L T^{-1} M L T^{-2} = \frac{M L^2 T^{-2}}{T} = \frac{[E]}{T}$$

"Energie divisée par un temps"

$\rightarrow$ variation d'E durant un intervalle de temps.

SI : $kg\, m^2 s^{-3} = \frac{J}{s} = 1\,W$ (Watt)

Remarque : pour être précis, on devrait spécifier la force $\vec{f}$ dans la notation : $\mathcal{P}_{\vec{f}}(t)$

Propriété : si $\vec{F}$ est la force totale,

alors

$$\mathcal{P}_{\vec{F}}(t) = E_c'(t) .$$

[Ceci est une conséquence de $\vec{F} = m\vec{a}$].

Forme alternative : si la force est appliqué sur un intervalle de temps allant de t_0 à t_1 :

$$\int_{t_0}^{t_1} \mathcal{P}_{\vec{F}}(t)\, dt = E_c(t_1) - E_c(t_0) .$$

Définition : pour une force $\vec{f}$, puissance $\mathcal{P}_{\vec{f}}$, on définit le travail de $\vec{f}$ sur l'intervalle t_0, t_1 :

$$W_{\vec{f}}(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{P}_{\vec{f}}(t)\, dt$$

Dans le cas de la force totale $\vec{F}$:

$$W_{\vec{F}}(t_0, t_1) = E_c(t_1) - E_c(t_0)$$

Cas particulier : toutes les forces sont conservatives.

On a alors :

$$E_c(t_0) + E_p(t_0) = E_c(t_1) + E_p(t_1)$$

$$E_p(t_0) - E_p(t_1) = E_c(t_1) - E_c(t_0)$$

$$= W_{\vec{F}}(t_0, t_1)$$

$$\Rightarrow \quad W_{\vec{F}}(t_0, t_1) = E_p(t_0) - E_p(t_1)$$

$$W_{\vec{F}}(t_0, t_1) = -\Delta E_p$$

Cas particulier pour le calcul de W.

1). Si $\vec{f}$ est perpendiculaire à $\vec{v}$

alors

$$W_{\vec{f}} = 0 .$$

2). $\vec{f}$ est constante.

Alors :

$$W_{\vec{f}}(t_0, t_1) = \vec{f} \cdot \Delta\vec{r} \qquad (1)$$

où $\Delta\vec{r}$ = vecteur de déplacement :

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_1) - \vec{r}(t_0).$$

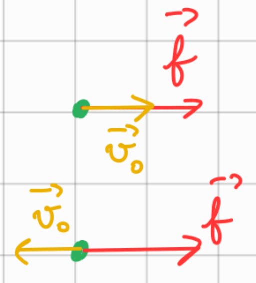
$$\left(\vec{d} = \Delta\vec{r}\right).$$

Si, en plus, $\vec{f}$ est parallèle à $\Delta\vec{r}$,

alors $W_{\vec{f}} = \pm f \|\Delta\vec{r}\|$

+ : si $\vec{f}$ est dans le sens de $\Delta\vec{r}$

− : sinon.



$W_{\vec{f}} > 0$.

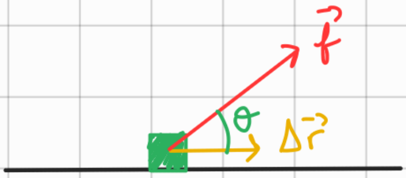
$W_{\vec{f}} < 0$

Remarque : d'où vient (1) ?

$$W_{\vec{f}}(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \vec{f} \cdot \vec{v}(t)\, dt = \vec{f} \cdot \left(\int_{t_0}^{t_1} \vec{v}(t)\, dt \right)$$

Or : $\int_{t_0}^{t_1} \vec{v}(t)\,dt = \vec{r}(t_1) - \vec{r}(t_0) = \Delta\vec{r}$

$$\Rightarrow W_{\vec{f}} = \vec{f} \cdot \Delta\vec{r} .$$



$$\vec{f} \cdot \Delta\vec{r} = f \Delta r \cos\theta$$

Le produit scalaire a pour effet de calculer la composante de $\vec{f}$ qui est parallèle au mouvement. C'est la seule composante qui contribue au travail car la composante perpendiculaire ne travail jamais.

<u>Remarque</u> : origine de

$$\mathcal{P}_{\vec{F}} = E_c'$$

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \underbrace{\vec{v} \cdot \vec{F}}_{\mathcal{P}_{\vec{F}}} = \underbrace{m\,\vec{v} \cdot \vec{a}}$$

$$= \cdots = \left(\frac{1}{2} m v^2\right)' .$$

Théorème de la conservation (bilan) de l'énergie :

$$\Delta E = W_{\text{forces-non conservatives}}$$

$$\Delta E = \Delta E_c + \Delta E_p$$

Origine de cette formule :

$$\Delta E_c = W_{\vec{F}} \; .$$