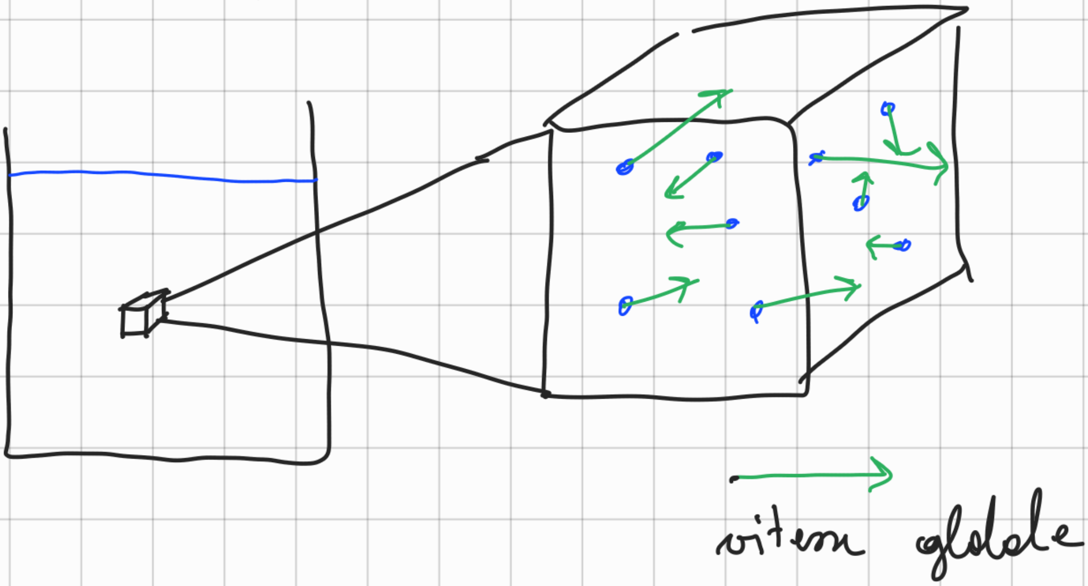
(08/11/2023)

3. Hydrodynamique

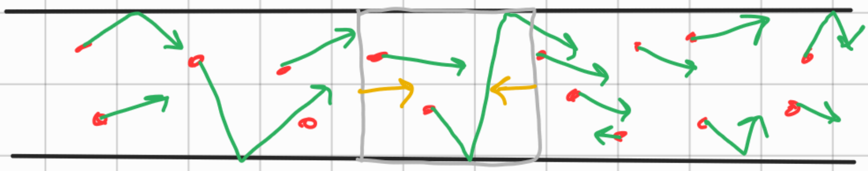


Pression : force (par unité de surface) exercée par les constituants du fluide lorsqu'ils entre en collision avec la surface.

⇝ origine microscopique de la pression.

Fluide en mouvement macroscopique

⇒ toujours la notion de pression, elle est toujours isotrope.



mvt global vers la droite
+ collisions avec les parois.

A. Débit

Définition : si, pour un temps Δt, un volume ΔV s'écoule, alors on dit que le débit $Q = \dfrac{\Delta V}{\Delta t}$.

Dimension : $[Q] = \dfrac{L^3}{T}$ SI : $\dfrac{m^3}{s}$

Exemples :

1. Débit (moyen) cardiaque : 5 L/min
2. LCR : 0.5 L/j.
3. Respiration : 12 L/min
4. Chutes du Niagara : 2800 m^3/s.

A chaque chaque point P du fluide, la vitesse de la particule de fluide est notée

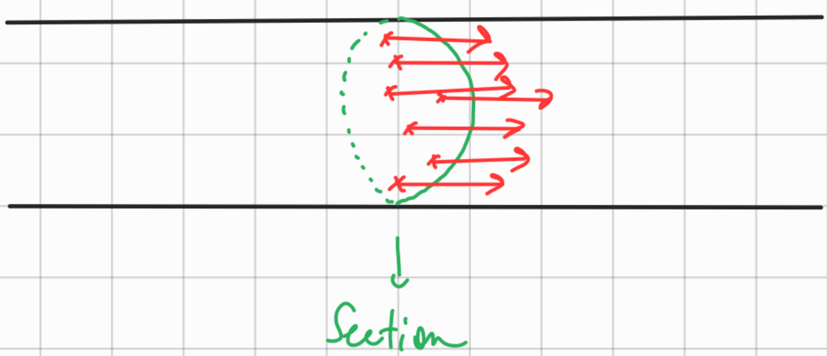
$$\vec{v}(P, t)$$

"Champ de vitesse".

But : comprendre la relation entre

Q et $\vec{v}(P, t)$.

Propriété : pour section d'aire S, telle que $\vec{v}(P,t)$ est constant sur S et perpendiculaire à la section :



On a alors : $Q = vS$.

Dimension : $[vS] = \frac{L}{T} L^2 = \frac{L^3}{T}$.

Preuve : si on attend un petit instant Δt, le fluide se déplace de

$$\Delta l = v \Delta t.$$

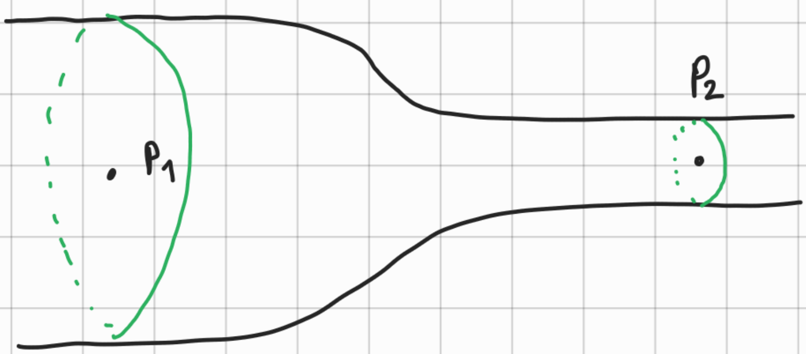
Or : $\Delta V = S \Delta l$

volume déplacé $= S\Delta l$

On trouve :

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{S \Delta l}{\Delta t} = vS.$$

Considérons un changement de section :



Si le débit en P_1 est égal au débit en P_2, on doit avoir

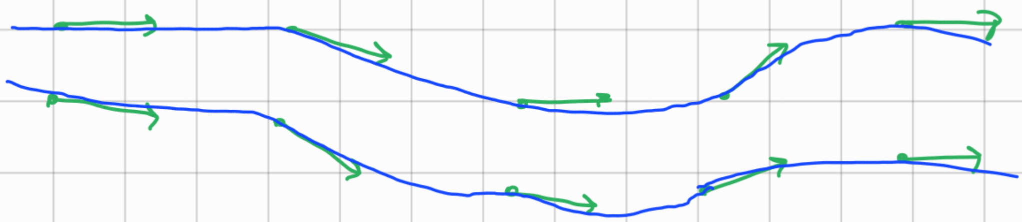
$$v_1 S_1 = v_2 S_2 .$$

Si $S_1 > S_2$, alors $v_2 > v_1$.

Les particules de fluide ont donc accéléré !

B. Lignes de courant et écoulement laminaire

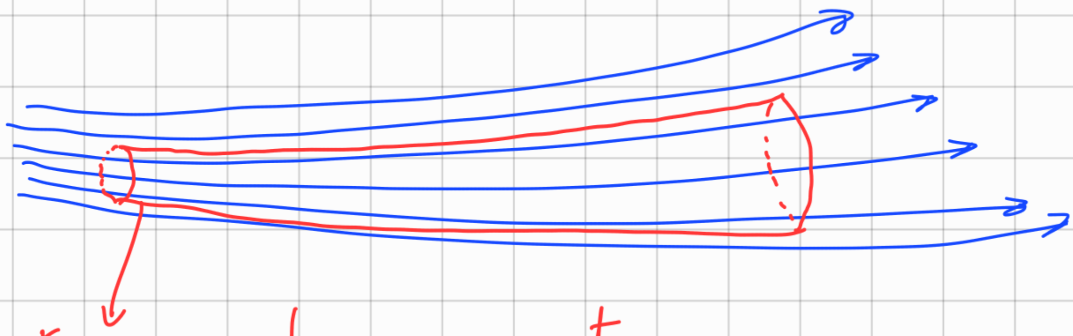
$\vec{v}(P,t)$



Lignes de courant sont, en un instant donné, tangentes au champ de vitesse.

En général, les lignes de courant peuvent se croiser : Écoulement turbulent.

Définition : si l'écoulement est non-turbulent, on dit qu'il est laminaire.



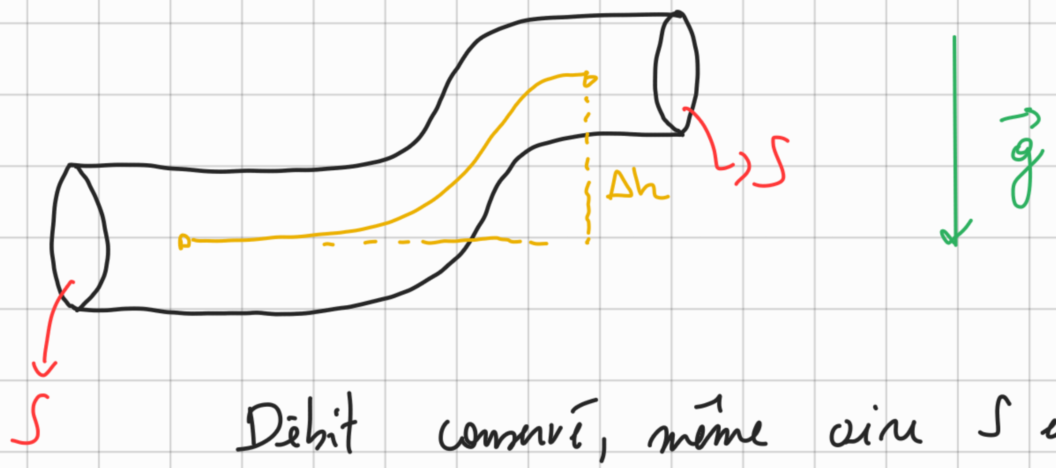
Le débit est nécessairement constant le long d'un tube de courant.

C. Le théorème de Bernoulli

Hypothèse : l'écoulement est stationnaire, c'est-à-dire que le champ de vitesse $\vec{v}(P,t)$ ne dépend pas du temps : $\vec{v}(P)$.

⚠ Cela ne veut pas dire que la vitesse est la même dans tout le fluide !

Remarque : jusqu'à présent : pas discuté des effets de la gravitation.



Débit conservé, même aire S en haut et en bas

$\Rightarrow$ vitesses identiques.

La particule de fluide monte de Δh,

sans perdre de vitesse !

Hypothèse : l'énergie est conservée le long des lignes de courant.

En pratique, cela exclu les effets de viscosité ($\sim$ forces de frottements).

On appelle un fluide sans viscosité un fluide parfait.

Théorème de Bernoulli

Pour un fluide incompressible, parfait, et dont l'écoulement est laminaire et stationnaire, la quantité suivante

$$e = \frac{1}{2} \rho v^2 - \rho \vec{g} \cdot \overrightarrow{OP} + p$$

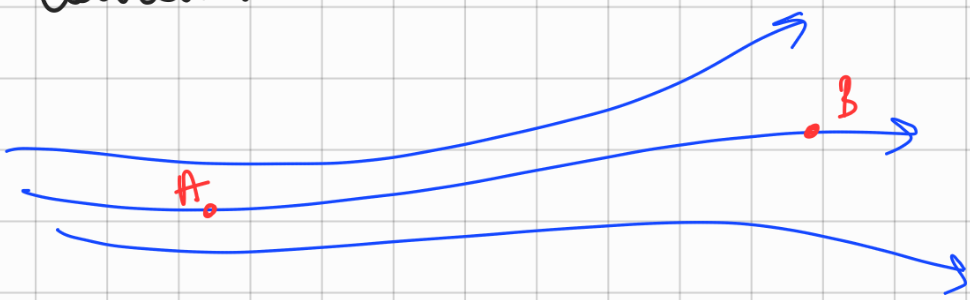
où :

v = vitesse du fluide en P

ρ = masse volumique du fluide

p = pression au point P

est constante le long des lignes de courant.

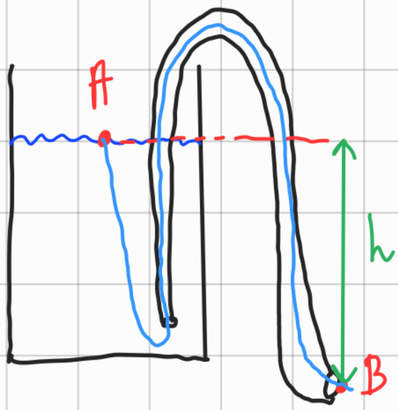


$$e_A = e_B$$

Cas particulier : si le fluide est au repos, $v = 0$, et on retrouve la loi de Pascal.

Applications

A. Siphon



$p_A = p_{atm} = 1\,atm$ $\qquad$ $p_B = p_A = p_{atm}$

$v_A \simeq 0$ $\qquad$ $v_B = ?$

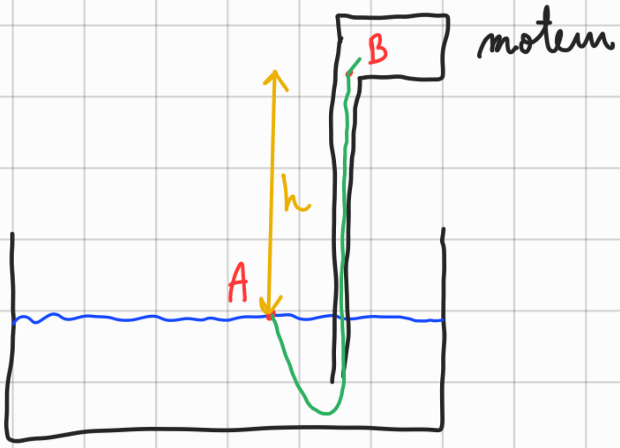
$e_A = e_B \Rightarrow ?$

$$\vec{g}\cdot\overrightarrow{OB} - \vec{g}\cdot\overrightarrow{OA} = \vec{g}\cdot\overrightarrow{AB} = gh$$

$$e_A = e_B \Rightarrow \frac{1}{2}\rho v_B^2 = gh$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2gh}{\rho}}.$$

B. Pompe à eau



$p_A = p_{atm}$

$v_A \simeq 0$

$$\Rightarrow \dots \Rightarrow \quad p_B = p_{atm} - \rho g h - \frac{1}{2}\rho v_B^2$$

Comme $\frac{1}{2}\rho v_B^2 > 0$

$$\Rightarrow \quad p_B < p_{atm} - \rho g h.$$

Il existe donc une hauteur

critique h_* telle que

$$p_{atm} - \rho g h_* = 0.$$

$$\Rightarrow h_* = \frac{p_{atm}}{\rho g} \simeq 10\,m.$$

C. Effet Venturi