(09/10/2023)

Remarque : unités de la fréquence.

$$\nu = \frac{1}{T} \Rightarrow [\nu] = T^{-1}$$

↳ T = période

Unités SI : $s^{-1} = Hz$

Retour au MCU.

On a montré la formule

$$v(t) = |\omega| R$$

$\left(\sqrt{x^2} = |x| \right)$.

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Comme $v(t)$ ne dépend pas de t, on note simplement v.

Interprétation de cette formule ?

Δl = distance parcourue sur le cercle complet (1 tour complet)

Δt = temps correspondant.

Donc :

$$\Delta l = 2\pi R$$ (circonférence d'un cercle de rayon R).

$$\Delta t = T$$ (période).

$$\text{Vitesse} = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} = \omega R,$$

F. Produit Scalaire

Définition : $\vec{A} = (A_x, A_y)$

$\vec{B} = (B_x, B_y)$

Le produit scalaire de $\vec{A}$ avec $\vec{B}$ est défini par la formule :

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y$$

Exemple :

$$\vec{A} = (-1, 3)$$

$$\vec{B} = (42, 0)$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \underbrace{(-1)(42)}_{-42} + \underbrace{(3)(0)}_{0}$$

$$= -42 .$$

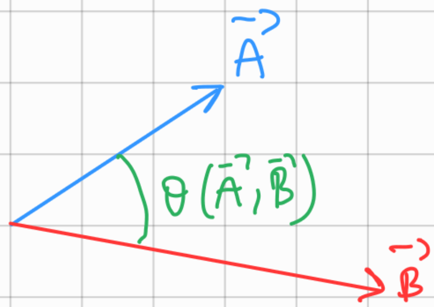
Propriété : la norme de $\vec{A}$ vaut

$$\sqrt{\vec{A}\cdot\vec{A}}$$

Propriété : On peut aussi calculer le p.s. par la formule :

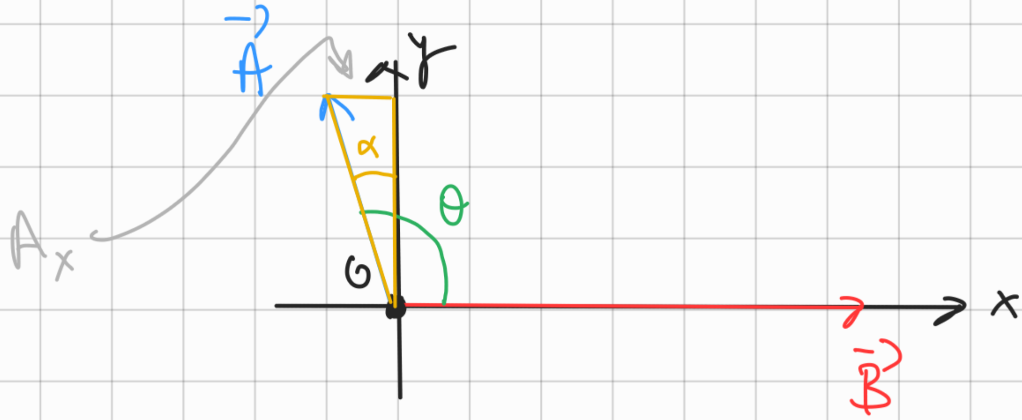
$$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta(\vec{A},\vec{B})$$

où $\theta(\vec{A},\vec{B})$ est l'angle formé par les vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{B}$.



Exemple :

$$\vec{A} = (-1, 3)$$
$$\vec{B} = (42, 0)$$



$$\alpha + \frac{\pi}{2} = \theta$$

$$\cos\theta = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\alpha$$

$$= \frac{A_x}{A} \qquad A = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \cos\theta = -\frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta$$

$$B = \sqrt{(42)^2 + 0^2} = 42$$

$$\Rightarrow \vec{A}\cdot\vec{B} = (\cancel{\sqrt{10}})(42)\left(\frac{-1}{\cancel{\sqrt{10}}}\right) = -42 .$$

Wooclap : $(-1, 42)$

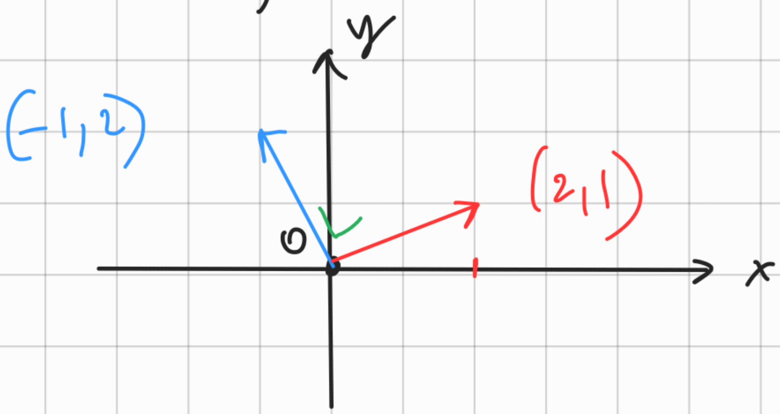
$(42, 1)$

$$(-1)(42) + (42)(1) = 0.$$

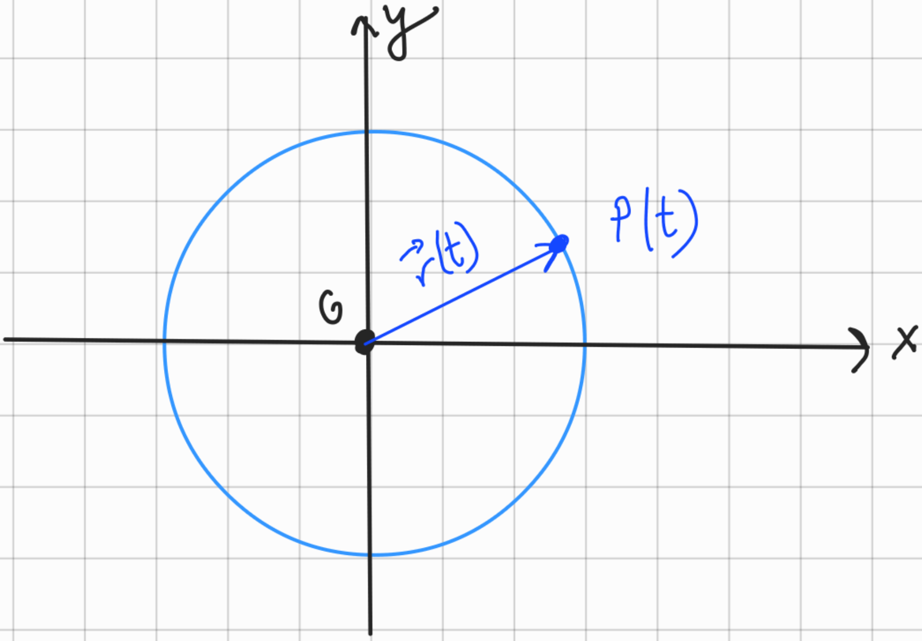
Propriété : si $\vec{A}$ et $\vec{B}$ sont perpendiculaires, alors

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

(la réciproque est aussi vraie : si $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{A}$ et $\vec{B}$ sont perpendiculaires).



Retour au MCU



On va supposer que $\omega > 0$.

$$\theta(t) = \omega t + \theta_0$$

$\Rightarrow$ le point $P(t)$ tourne dans le sens antihorlogique.

Question : que vaut l'angle formé par $\vec{r}(t)$ et $\vec{v}(t)$?

Rappel :

$$\vec{r}(t) = R\left(\cos(\omega t + \theta_0), \sin(\omega t + \theta_0)\right)$$

$$\vec{v}(t) = \omega R\left(-\sin(\omega t + \theta_0), \cos(\omega t + \theta_0)\right)$$

$$\Rightarrow \vec{r}(t) \cdot \vec{v}(t) = \left(R\cos(\omega t + \theta_0)\right)\left(\omega R\left(-\sin(\omega t + \theta_0)\right)\right)$$

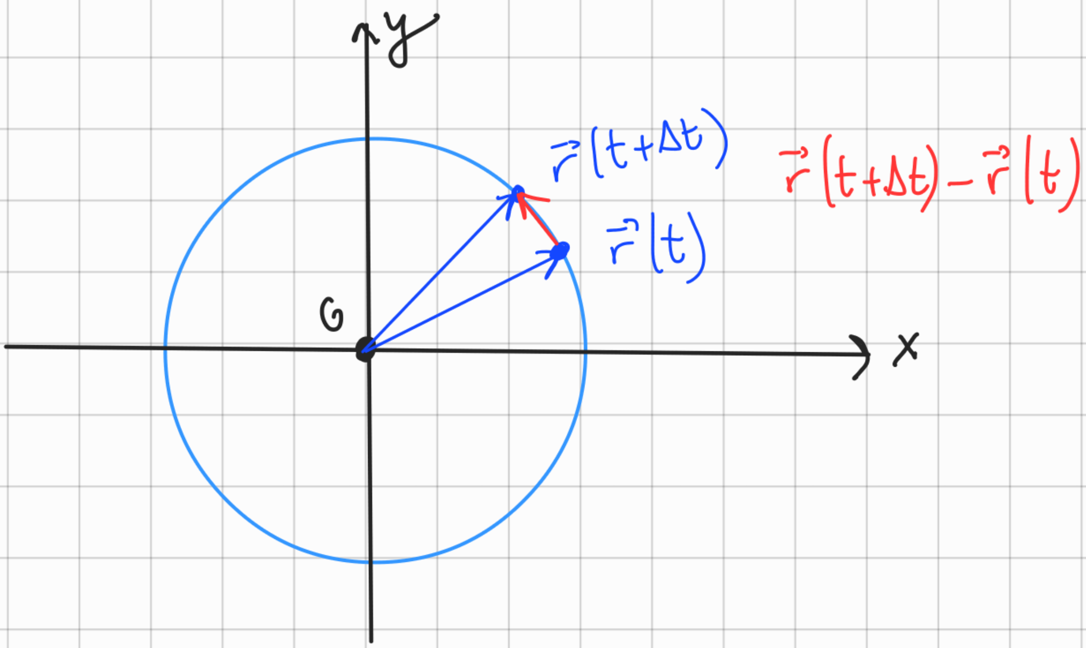
$$+\left(R\sin(\omega t+\theta_0)\right)\left(\omega R\cos(\omega t+\theta_0)\right)$$

$$= \omega R^2\Big(-\cos(\omega t+\theta_0)\sin(\omega t+\theta_0)$$

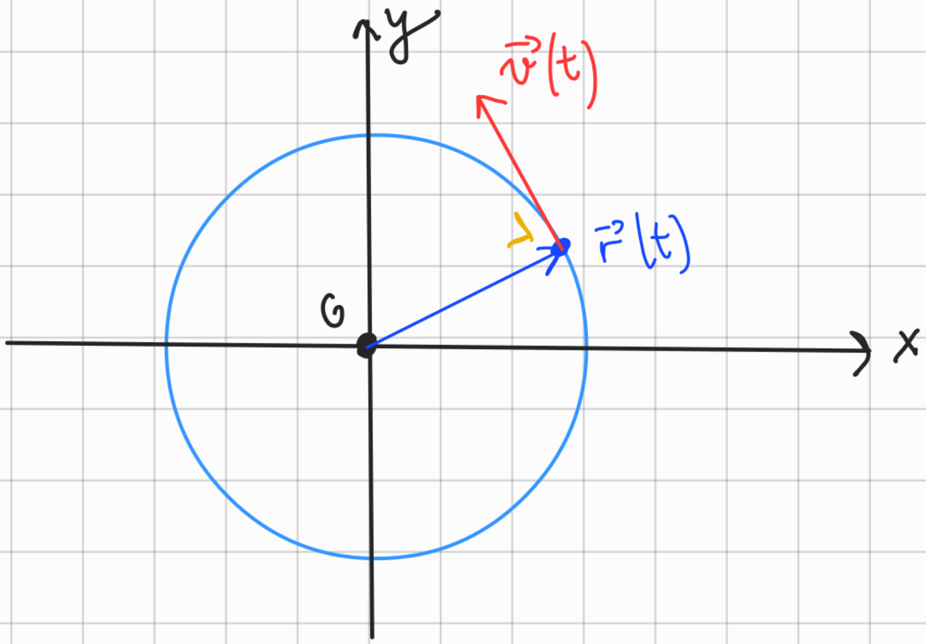
$$+\sin(\omega t+\theta_0)\cos(\omega t+\theta_0)\Big)$$

$$= 0.$$

Conclusion : $\vec{r}(t)$ et $\vec{v}(t)$ sont toujours perpendiculaires.



Vitesse (moyenne) : $\dfrac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta t}$

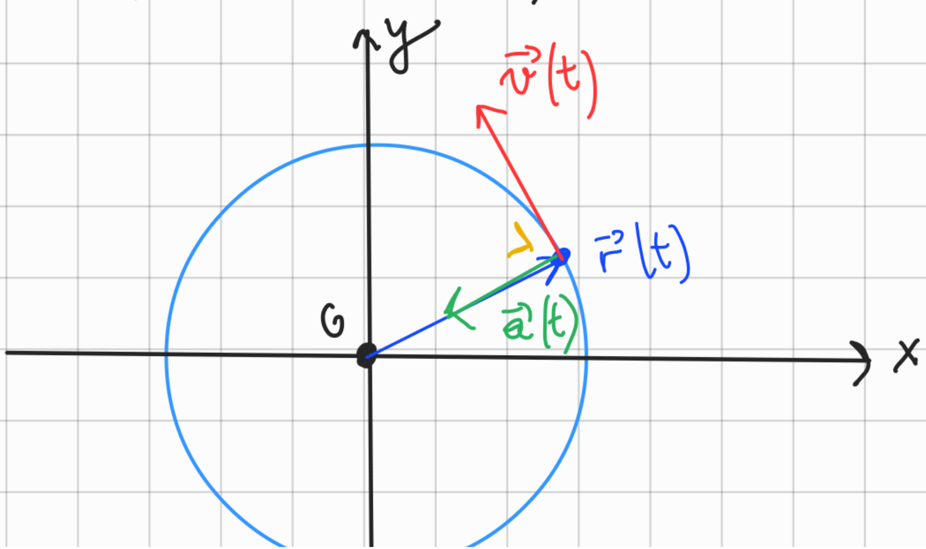


$\vec{v}(t)$ est tangent au cercle, c'est-à-dire que $\vec{v}(t)$ est perpendiculaire à $\vec{r}(t)$.

Quant est-il de l'accélération ?

On a montré que

$$\vec{a}(t) = -\omega^2 \vec{r}(t).$$



$\vec{a}(t)$ est perpendiculaire à $\vec{v}(t)$.

$\Rightarrow$ $\vec{a}(t)$ est ~~centripède~~. ⚠ ~~centripède~~ centripète

$\vec{a}$ est de norme :

$$a = \|\vec{a}\| = \omega^2 R .$$

" 3.6 " $\Rightarrow$ $a = \omega^2 R = 3.6\, g$ $\quad g = 10\, m/s^2$.