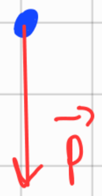
(18/10/2023)

Exemple : chutte libre



Modèle pour le poids :

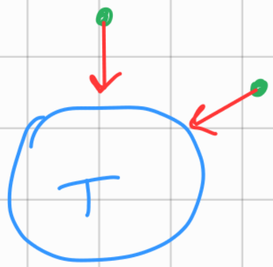
$$\vec{P} = m\vec{g}.$$

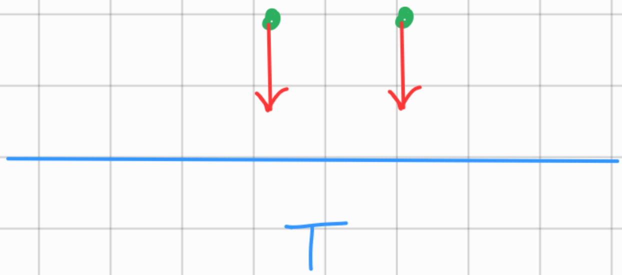
Ici, $\vec{g}$ est un vecteur de norme constante égale à $g = 10\, m/s^2$. Sa direction est toujours à la verticale, vers le bas.

Ceci est une approximation.

Norme de $\vec{g}$: dépend d'où on se trouve par rapport à la Terre.

Direction de $\vec{g}$: toujours vers le centre de la Terre.





Remarque : ne pas confondre

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

et $\vec{P} = m\vec{g}$.

La masse m apparaît dans la force de gravitation. C'est la seule force qui a cette propriété.

En particulier, pour un corps en chute libre : $\vec{F} = \vec{P}$.

En conséquence :

$$\cancel{m}\vec{a} = \cancel{m}\vec{g}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{g}.$$

Cherchons les trajectoires $\vec{r}(t)$ telles que $\vec{a} = \vec{g}$.

$$z''(t) = -g$$

$$z'(t) = v_{0z} - gt$$

$$z(t) = z_0 + v_{0z}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2.$$

$$\vec{g} = (0, 0, -g)$$

MRUA.

Pour le cas général ?

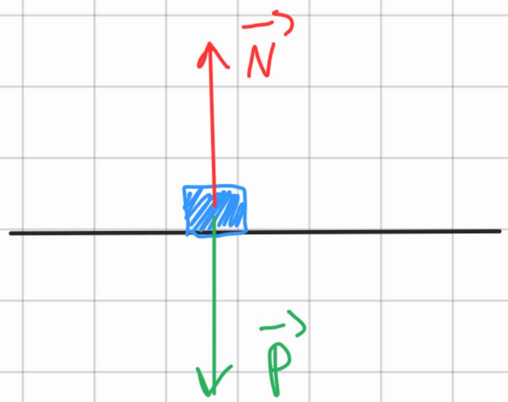
$\vec{a}$ connu $\longrightarrow$ $\vec{r}(t)$?

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t')\,dt'$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t')\,dt'$$

3. Forces exercées par une surface rigide

A. Force Normale



$\cancel{\vec{P} - \vec{N} = \vec{0}}$

Force normale est toujours perpendiculaire à la surface.

Cas statique de ci-dessus :

Statique $\Rightarrow \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F} = \vec{0}$.

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{N}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{N} = -\vec{P}.$$

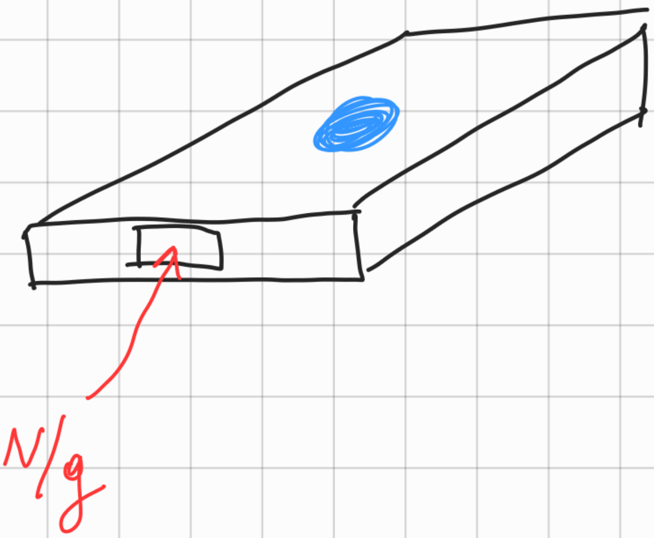
Dans un système d'axes Oxyz,

$$\vec{P} = m\vec{g} = (0, 0, -P) = (0, 0, -mg)$$

$$\vec{N} = (0, 0, N)$$

$$\vec{P} + \vec{N} = (0, 0, N - P).$$

Application : balance de cuisine



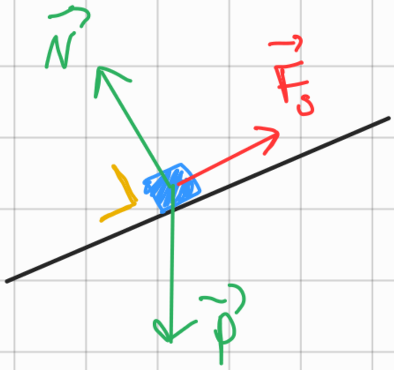
A l'équilibre, on sait que $N = mg$, et donc la balance affiche bien la masse.

Sur la Lune, $g_L < g$.

$$P = m g_L \Rightarrow N = m g_L$$

$$\frac{N}{g} = m \frac{g_L}{g}$$

B. Forces de frottements statiques.



$\vec{F_s}$: Frottements Statiques.

$\vec{F_s}$ s'ajuste pour maintenir le corps immobile.

La force $\vec{F_s}$ existe uniquement si $\|\vec{F_s}\| = F_s$ ne dépasse pas une valeur critique F_s^{critique}.

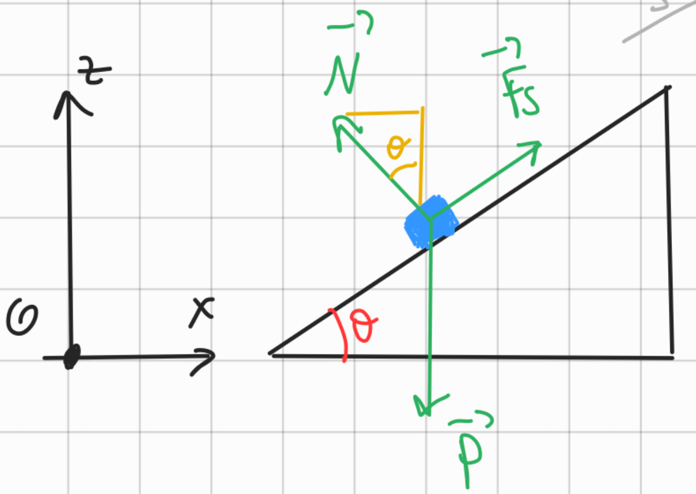
Modèle : $F_s^{\text{critique}} = \mu_s N$

où μ_s est un paramètre appelé le coefficient de frottement statique.

$$[\mu_s] = 1 .$$

En résumé : $F_s \le \mu_s N$.

$\cancel{\vec{F_s} \le \mu_s \vec{N}}$



$$\vec{P} = (0, -P)$$

$$\vec{F_s} = F_s(\cos\theta, \sin\theta)$$

$$\vec{N} = N(-\sin\theta, \cos\theta)$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = \vec{0}$$

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F_s} = \vec{0}$$

$$\begin{cases} 0 + F_s \cos\theta - N \sin\theta = 0 & (1) \quad (Ox) \\ -P + F_s \sin\theta + N \cos\theta = 0 & (2) \quad (Oz) \end{cases}$$

$(1) \Rightarrow F_s = N \tan\theta = N \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$(2) \Rightarrow -P + N \dfrac{\sin^2\theta}{\cos\theta} + N\cos\theta = 0$

$$-P + \frac{N}{\cos\theta}\left(\underbrace{\sin^2\theta + \cos^2\theta}_{=1}\right) = 0$$

$$\begin{cases} N = P\cos\theta. \\ F_s = N\tan\theta = P\sin\theta \end{cases}$$

Condition d'existence de ce système :

$$F_s \leq \mu_s N$$

$$\Rightarrow \quad \cancel{P}\sin\theta \leq \mu_s \cancel{P}\cos\theta$$

$$\boxed{\tan\theta \leq \mu_s .}$$

Angle critique correspond à $F_s = F_s^{\text{critique}}$

vaut

$$\theta_{\text{critique}} = \arctan \mu_s .$$

XP : $\theta_{\text{critique}} = 22°$

$$\Rightarrow \mu_s = \tan 22° = 0.404 .$$

XP2 : $15° \Rightarrow \mu_s = 0.27 .$