(08/11/2023)

2. Impulsion et Systèmes à plusieurs corps

A. Définition et relation avec la force totale

(Impulsion = Quantité de Mouvement)

Pour un corps de masse m et de vitesse $\vec{v}$, alors l'impulsion est donnée par

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Intérêt ? Nouvelle interprétation de l'équation fondamentale de la dynamique, $\vec{F} = m\vec{a}$. En effet :

$$\vec{F} = \text{dérivée du } \vec{p}$$

En particulier, si $\vec{F}$ est constante, alors :

$$\Delta\vec{p} = \Delta t\, \vec{F}.$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}.$$

$\Delta\vec{p}$ = variation d'impulsion

$(\vec{p}_{final} - \vec{p}_{initial})$

Δt = intervalle de temps correspondant.

Si $\Delta\vec{p}$ est fixé, et Δt est "petit", alors la force doit être "grande".

(Et inversement).

Applications :

1. Ceinture de sécurité.

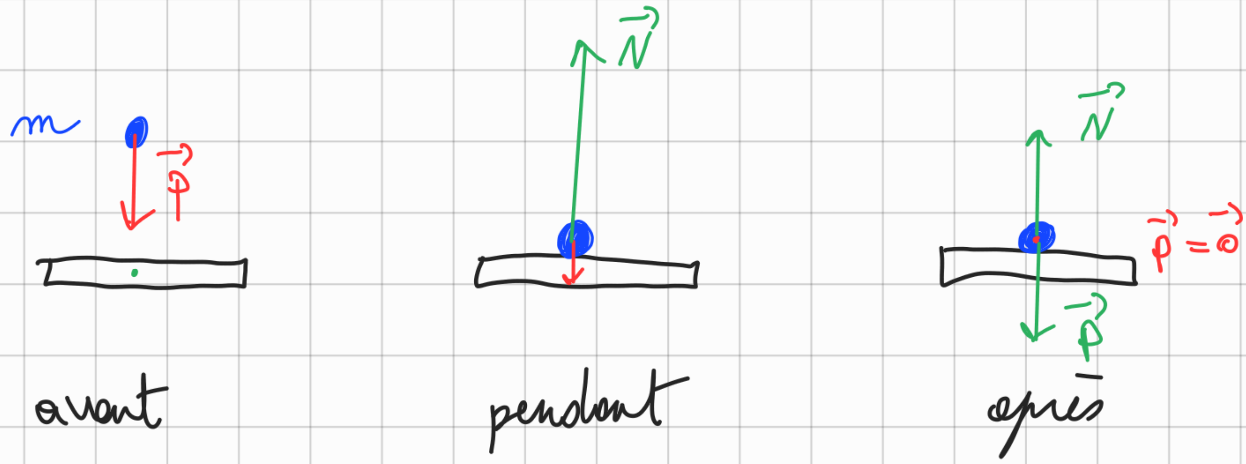
Voiture s'immobilise en un temps $\Delta t_{voiture}$ ($\sim$ relativement grand).

Sans ceinture : impact du conducteur avec le tableau de bord : $\Delta t_{conducteur}$ beaucoup plus court que $\Delta t_{voiture}$.

Resultat : la force exercée sur le conducteur et beaucoup plus importante !

Ceinture : augmente $\Delta t_{conducteur}$ à la valeur de $\Delta t_{voiture}$.

2. Balance de cuisine



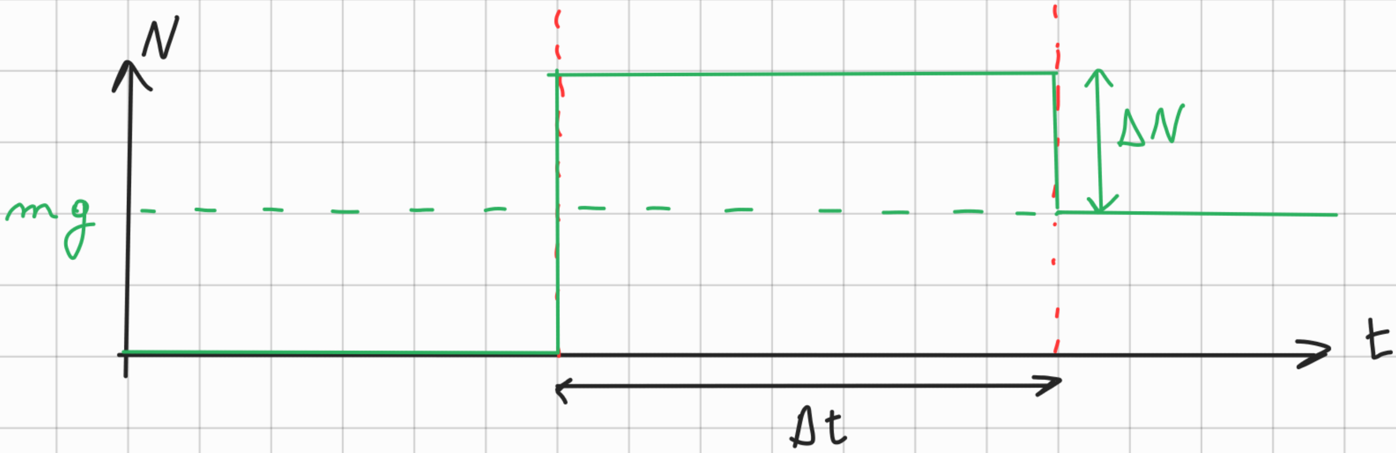
Δt

$\vec{N}=\vec{0}$

$\vec{N}=\,?$

$N=P+\Delta N$

$\vec{N}=-\vec{P}$



Bilan d'impulsion ?

$$\Delta \vec{p} = \vec{F}\,\Delta t = \left(\vec{P} + \vec{N}\right)\Delta t$$

$$\Rightarrow \quad \Delta p = mv = \left(N - P\right)\Delta t$$

vitesse avant impact

$$N - P = \Delta N \quad \Rightarrow \quad \Delta N = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv}{\Delta t}.$$

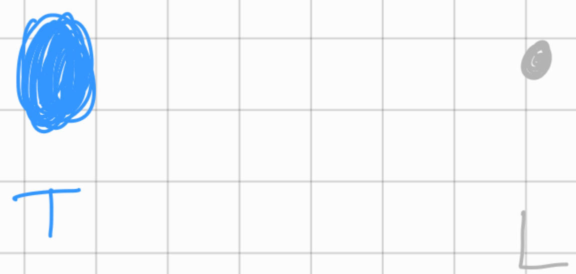
Balance affiche $N/g = m + \frac{mv}{g\Delta t}$

excédent !

B. Systèmes à plusieurs corps

"Système" : ensemble de corps ponctuels.

Exemple : système Terre – Lune



⇒ 2 types de forces :

1. Internes : • force exercée par la T sur la L
• force ex. p. la L sur la T.

2. Externes : forces de l'environnement sur le système :

• force du Soleil sur T
• force du Soleil sur L

Hypothèse (principe d'Action-Réaction)
(principe réciprocité)

Concerne les forces internes. On note

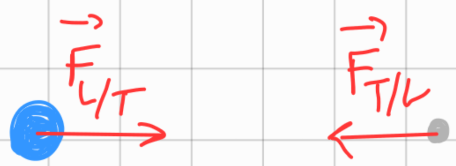
$\vec{F}_{T/L}$ = f. de T sur L

$\vec{F}_{L/T}$ = f. de L sur T

Alors :

$$\vec{F}_{T/L} = -\vec{F}_{L/T}$$

De plus, $\vec{F}_{T/L}$ est toujours parallèle (ou antiparallèle) au vecteur allant de T à la L.



Grâce à la formule

$$\vec{F}_{L/T} = -\vec{F}_{T/L},$$

on trouve que $\vec{F}_{L/T} + \vec{F}_{T/L} = \vec{0}$:

le système T+L ne peut pas

accélèrer sous l'effet des forces internes.

$\Rightarrow$ on aurait 2 corps en rotation accélérée, sans l'influence de l'environnement ... absurde !

Quelles sont les conséquences du principe de réciprocité sur l'impulsion du système ?

Impulsion du système ?

= impulsion totale $\vec{p}_{tot.}$

= somme des impulsions des constituants.

$$\vec{p}_{tot} = \vec{p}_T + \vec{p}_L .$$

Que vaut $\Delta\vec{p}_{tot}$?

$$\Delta\vec{p}_T = \Delta t \, \vec{F}_T$$

$\downarrow$

force totale exercée sur la Terre.

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{L/T} + \vec{F}_{T,\,externes}$$

force interne

$$\Delta\vec{p}_L = \Delta t \, \vec{F}_L$$

$$\vec{F}_L = \vec{F}_{T/L} + \vec{F}_{L,\,externes}$$

$$\begin{aligned}
\Delta\vec{p}_{tot.} &= \Delta\vec{p}_T + \Delta\vec{p}_L \\
&= \Delta t \, \vec{F}_T + \Delta t \, \vec{F}_L \\
&= \Delta t \left(\left(\cancel{\vec{F}_{L/T}} + \vec{F}_{T,ext.} \right) + \left(\cancel{\vec{F}_{T/L}} + \vec{F}_{L,ext.} \right) \right)
\end{aligned}$$

$$= \Delta t \underbrace{\left(\vec{F}_{T,ext} + \vec{F}_{L,ext} \right)}_{\vec{F}_{ext.}}$$

"force totale extérieure".

Conclusion : la variation d'impulsion totale $\Delta \vec{p}_{tot.}$ est uniquement déterminé par Δt et les forces externes :

$$\boxed{\Delta \vec{p}_{tot} = \Delta t \, \vec{F}_{ext}}$$

Cas particulier : si $\vec{F}_{ext.} = \vec{0}$, alors l'impulsion totale est conservée.

"loi de conservation d'impulsion".

$\Delta \vec{p}_{tot} = \vec{0} \Rightarrow ?$

Système : SB + E

$$\Delta \vec{p}_{tot} = \Delta \vec{p}_{SB} + \Delta \vec{p}_{E}$$

$\vec{p}_{SB} = m_{SB} \vec{v}_{SB}$ $\qquad$ $\vec{p}_E = m_E \vec{v}_E$

Quantités initiales → nulles.

Finales ? $\Delta \vec{p}_{tot} = \vec{0} \Rightarrow \dots \Rightarrow m_{SB} v_{SB} = m_E v_E$.

$m_{SB} > m_E \Rightarrow v_{SB} < v_E$.

⇒ on calcule alors la masse m_{SB} par la formule :

$v_E = 2.8$ m/s
$v_{SB} = 0.57$ m/s

$$m_{SB} = m_E \frac{v_E}{v_{SB}}$$

$m_E = 15 \text{ kg} \Rightarrow m_{SB} = 74 \text{ kg}$

C. Remarque sur la conservation de l'énergie.

En général, il n'y a pas de relation entre conservation de l'impulsion et la conservation de l'énergie.

Pour une collision telle que $\Delta E = 0$, on dit qu'elle est élastique.

Sinon, on dit qu'elle est inélastique, et $\Delta E \neq 0$.

Si $\Delta E < 0$, on dit qu'il y a eu dissipation d'énergie :

$$\Delta E = W_{dissipation}.$$