(22/11/2023)

Remarque : dimension du moment de force ?

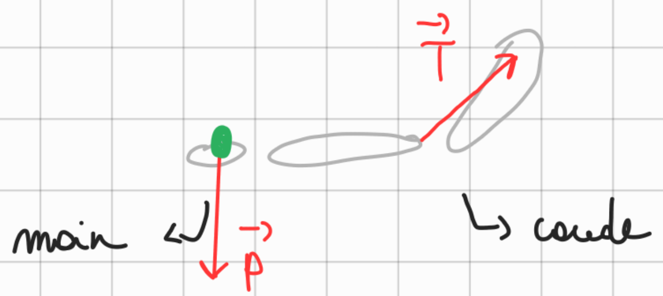
$\vec{\tau} \rightarrow$ distance $\times$ force

$$[\vec{\tau}] = L \; MLT^{-2} = ML^2T^{-2}$$

Unités SI : $kg\, m^2 s^{-2} = Nm$

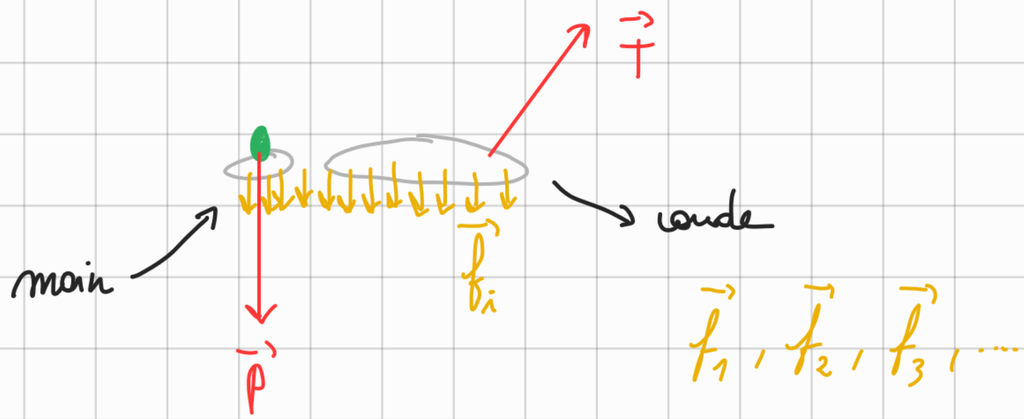
5. Centre de gravité d'un solide

Jusqu'à présent, on a considéré des corps solides sur lesquels un nombre limité de forces s'exerçent.



Ceci est une bonne description du système pour autant que l'on puisse négliger la masse du corps solide.

Question : que se pose-t-il si on ne peut pas négliger la masse du corps solide ?



=> calculer le moment de force total dû aux flèches jaunes ?

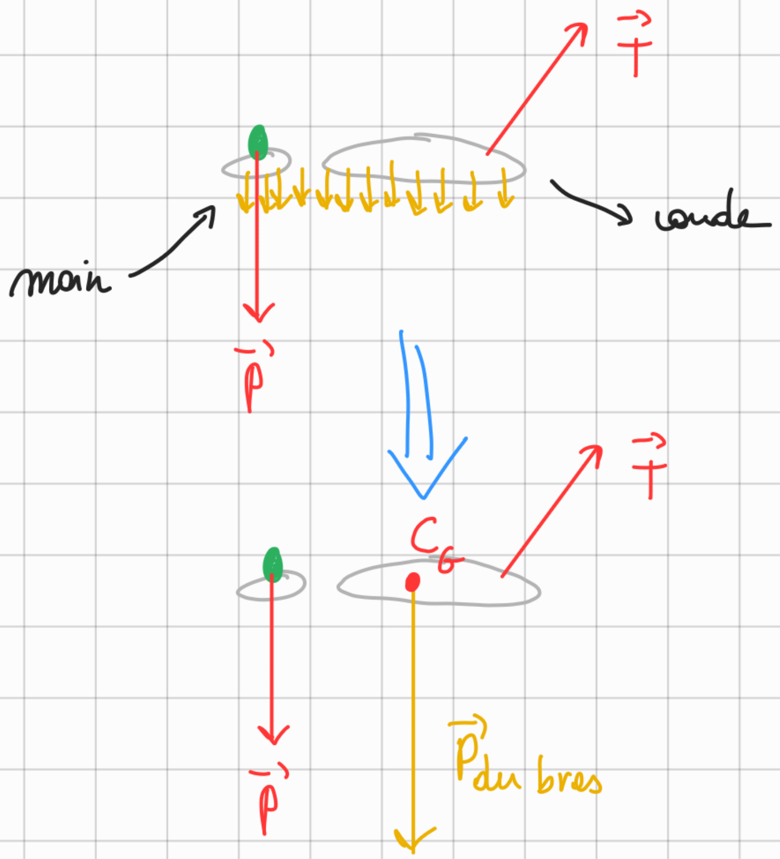
$$\vec{\tau}_O(\vec{f_1}) + \vec{\tau}_O(\vec{f_2}) + \vec{\tau}_O(\vec{f_3}) + \dots = ?$$

Propriété : il existe un point, appelé le Centre de Gravité, noté C_G, tel que

$$\vec{\tau}_O(\vec{f_1}) + \vec{\tau}_O(\vec{f_2}) + \dots = \vec{OC_G} \times \vec{f}$$

où $\vec{f} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \dots$

$=$ poids du corps solide.

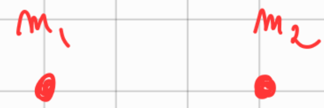


$$\vec{\tau}_G = \vec{\tau}_G(\vec{P}) + \vec{\tau}_G(\vec{T}) + \vec{\tau}_G(\vec{P}_{\text{du bras}})$$

Question : comment trouver C_G ?

1. Existe des méthodes pour trouver C_G à partir de la distribution de masse du système.

Exemple :



$$\overrightarrow{OC_G} = \frac{1}{m_1+m_2}\left(m_1\,\overrightarrow{OP_1} + m_2\,\overrightarrow{OP_2}\right)$$

2. Existe des méthodes expérimentales.

3. Donné dans le problème.

Remarque : Centre de Masse et Centre de Gravité : deux points qui coïncident pour autant que le champ de gravitation $\vec{g}$ est homogène.

Petit retour au chapitre sur l'Impulsion :

$\vec{F}$ = force totale = $\vec{F}_{ext.}$ (cf. chap Impulsion).

$$= m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + \dots$$

$\vec{a}_1$ = dérivée seconde $\overrightarrow{OP_1}$
$\vec{a}_2$ = ——— $\overrightarrow{OP_2}$

$$= M \vec{a}_{CM}$$

où $\vec{a}_{CM}$ = dérivée seconde $\vec{OC}_M$.

et $M = m_1 + m_2 + m_3 + \cdots$

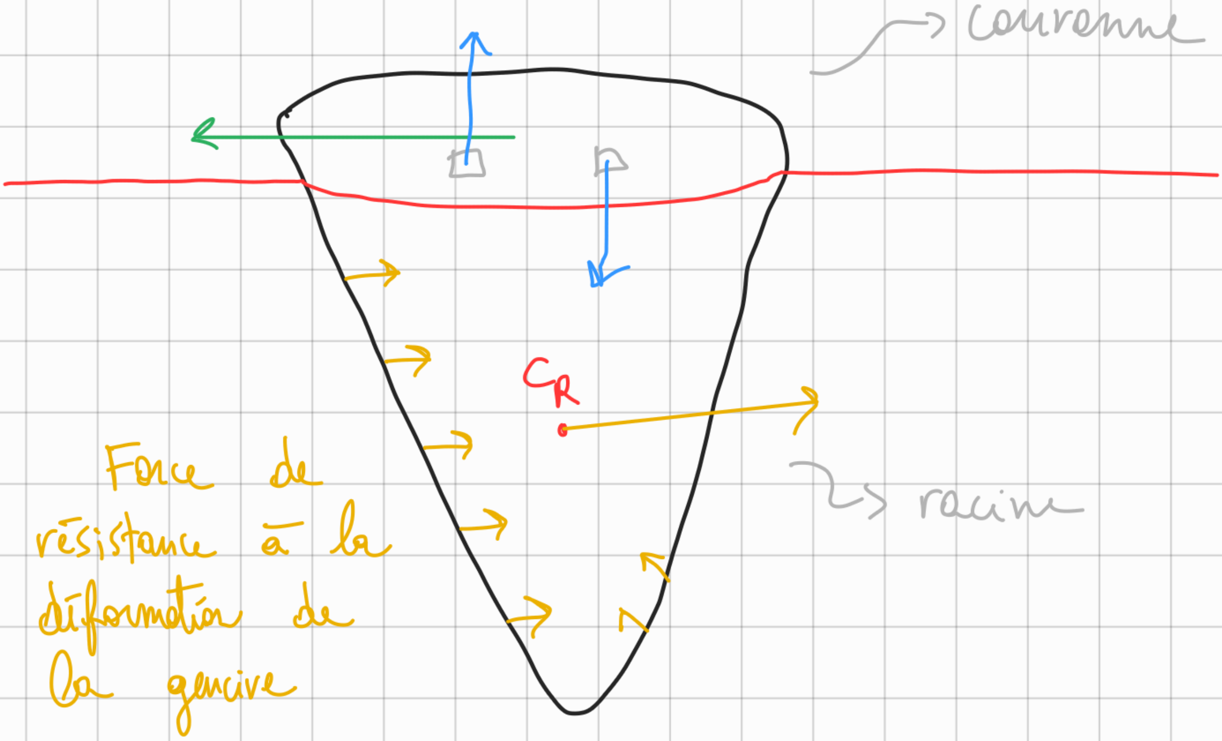
Cas particulier pour le C_M (ou C_G) :

Si la distribution de masse est homogène dans le corps, alors le C_M coïncide avec le centre géométrique.

6. Généralisation de la notion de centre de masse

Idée : force distribuée sur le corps

$\Rightarrow$ point d'application effectif pour le calcul du moment de force.



Suite : voir séance exo.

Remarques :

1. L'équation $\vec{\tau}_O = I_O \vec{\alpha}$ peut être démontrée en utilisant $\vec{F} = m\vec{a}$ et le principe de réciprocité.

2. Equilibre des forces :

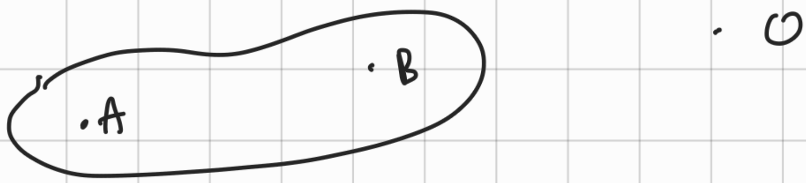
$$\vec{F} = \vec{0}$$ "équilibre de translation"

Equilibre des moments de force :

$$\vec{\tau}_O = \vec{0}$$ "équilibre de rotation"

Ces 2 conditions sont indépendantes !

3. Si $\vec{F} = \vec{0}$, alors on peut choisir de calculer le moment de force par rapport à n'importe quel point immobile.



$$\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{\tau}_A = \vec{\tau}_B = \vec{\tau}_O$$

Exemple typique : $\vec{\tau}_{C_G}$.

(Dent : $\vec{\tau}_{C_R}$).