

BA1 en Médecine et en Sciences Dentaires

Examen*Seconde session - août***Nom:****Prénom:****Matricule:****Section:**

Q1: /8	Q2: /14	Q3: /10
Q4: /10	Q5: /10	Q6: /10

Instructions: L'usage de documents n'est pas autorisé. L'examen dure 3 heures. Il y a 6 questions. Vous êtes responsables de vérifier que cet examen comporte bien 13 pages. Vous n'êtes pas autorisés à dégraffer les pages de l'examen. Vous êtes autorisés à utiliser une calculatrice (pas de smartphone). Un aide-mémoire vous est fourni à la fin de ce document. Vous pouvez utiliser les résultats du cours théorique sans démonstration, mais pour le reste justifiez bien toutes vos réponses. Les valeurs numériques peuvent être arrondies au 2e chiffre significatif. Sauf indication contraire, tous les résultats numériques doivent être exprimés dans les unités du Système International. Vous pouvez prendre $g = 10m/s^2$ et $\rho_0 = 1000kg/m^3$.

Lorsqu'il vous est demandé de dessiner une force sur un schéma, on demande que la direction et le sens soient le plus précis possible, mais la norme ne doit pas nécessairement être à l'échelle.

Veillez répondre à chaque question dans l'espace prévu à cet effet après chaque énoncé. S'il vous manque de la place, vous pouvez faire référence au verso d'une des feuilles d'examen pour indiquer où se trouve votre réponse. Veillez à indiquer *très clairement* si vous recourez à ce système. Enfin, le verso des feuilles d'examen peut-être également utilisé comme brouillon pour vos calculs et raisonnements.

Note finale: Le nombre total de points, sur les 6 questions, s'élève à 62 points. Le nombre de points obtenus est rapporté sur 20, et la note de l'examen est alors obtenue en arrondissant à l'entier le plus proche.

QUESTION 1: (8 points)

On considère un tir parabolique ayant lieu sur un plan incliné vers le bas d'un angle avec l'horizontale de $\theta = 18^\circ$. La position initiale du projectile est prise pour point de référence du système et pour origine des coordonnées x et z . La vitesse initiale fait un angle $\alpha = 16^\circ$ avec l'horizontale et la norme v_0 de la vitesse initiale est inconnue. Sur le plan incliné, un point P est pris pour cible, à une distance $L = 9m$ de O . Voir figure 1.

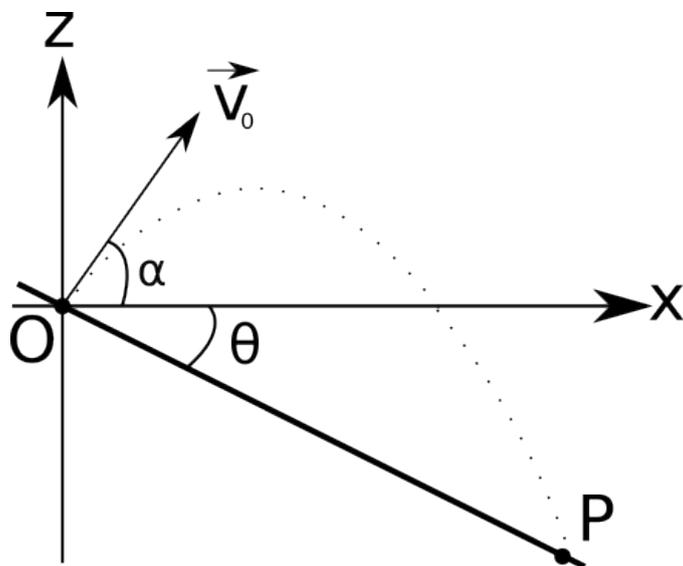


Figure 1: Un projectile est lancé depuis le point O vers la cible, au point P .

On vous demande d'utiliser le système d'axes tel que présenté sur la figure 1. De plus, nous vous conseillons de ne substituer les valeurs numériques pour les angles θ et α qu'à la fin de vos calculs.

1. (1pt) Que valent les composantes du vecteur \overrightarrow{OP} ?

2. (1pt) Que valent les composantes du vecteur vitesse initiale \vec{v}_0 en fonction de l'inconnue v_0 ?

3. (1pt) Que valent les composantes du vecteur position $\vec{r}(t)$ du projectile en fonction du temps?

4. (2pt) On note t_* le temps d'impact avec P . Déterminer les équations que doivent satisfaire le temps d'impact t_* et la norme de la vitesse initiale v_0 .
5. (2pt) Résoudre ces équations et déterminer ainsi t_* et v_0 . Évaluer votre résultat final numériquement.
6. (1pt) Il est clair que si α était inférieur à $-\theta$ dans ce problème, le projectile ne pourrait jamais atteindre le point P , et ce quelque soit la valeur de v_0 . Comment ceci est-il traduit mathématiquement dans vos résultats?

QUESTION 2: (14 points)

Un humain tient un livre de $m = 1.2\text{kg}$ dans la main. Parmi les muscles sollicités dans cette position on trouve le *muscle brachial*, qui s'insère sur l'ulna comme illustré sur la figure 2. Le but de ce problème est d'estimer, dans un modèle simple, la tension dans ce muscle. On néglige dans cette question la masse du muscle brachial, mais pas le poids de l'avant-bras, qui est de $M = 1.7\text{kg}$. On modélise l'avant-bras par une tige rigide et le muscle par une corde tendue. Le coude est au point A , l'insertion du muscle est en B , le centre de masse de l'avant-bras est en C et le livre est en D . Le système est immobile.

On suppose que l'insertion du muscle brachial se fait avec un angle de $\theta = 35^\circ$ et que l'avant-bras est incliné de $\alpha = 10^\circ$ vers le bas. On donne les distances suivantes entre les poits:

$$L_1 = \|\vec{AB}\| = 3\text{cm}, \quad L_2 = \|\vec{AC}\| = 17\text{cm}, \quad L_3 = \|\vec{AD}\| = 25\text{cm}.$$

Voir figure 2 pour un récapitulatif du modèle ainsi que le système d'axes à utiliser. On note également \vec{T} la force exercée par le muscle sur le point B . Dans vos réponses, vous pouvez garder les paramètres du problème sans remplacer les valeurs numériques, sauf pour la sous-question 4 où la valeur numérique de T est demandée.

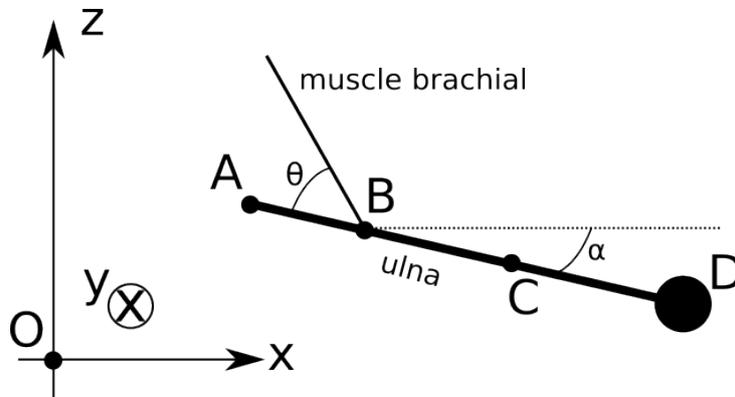


Figure 2: Modèle pour le système constitué de l'avant-bras, du muscle brachial et de la main. Le point C correspond au centre de masse de l'avant-bras.

1. (4pt) Déterminer les moments de force correspondant aux poids de l'avant-bras et du livre, par rapport au point A .

2. (2pt) Déterminer le moment de la force \vec{T} par rapport au point A .

3. (5pt) En utilisant la condition d'équilibre appropriée, déterminer les valeurs numériques de la tension T et des composantes du vecteur \vec{T} .

4. (3pt) Que vaut l'accélération de ce système? En déduire qu'il existe nécessairement une quatrième force. Calculer cette force et donner son point d'application.

QUESTION 3: (10 points)

On considère un ressort de constante de rappel k , horizontal et attaché à son extrémité gauche à un mur et à son extrémité droite à un bloc de masse m que nous considérons comme un corps ponctuel. Le bloc est posé sur une table horizontale, et on note μ_d le coefficient de frottement dynamique entre le bloc et la table. On note P_0 la position d'équilibre du ressort. La position initiale du bloc, que nous notons P_i , est située à gauche du point P_0 (voir figure 3), de sorte que le ressort est comprimé à l'instant initial. La vitesse initiale du bloc est nulle.

Afin de fixer les notations, on note t_i l'instant initial du problème, et on note t_f l'instant final qui correspond au moment où le bloc arrive en P_0 pour la première fois.

On note d la norme de $\overrightarrow{P_0P_i}$, et on positionne notre point de référence O au point d'attache du ressort avec le mur. L'énergie potentielle gravitationnelle est donc nulle dans tout ce problème.

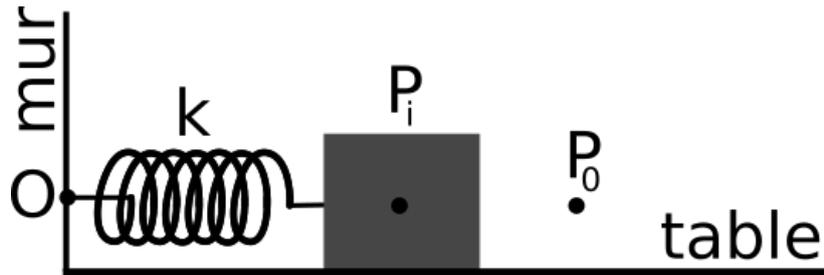


Figure 3: Un ressort est comprimé avant d'être relâché, poussant un bloc sur une table.

1. (2pt) Que vaut l'énergie mécanique initiale E_i du bloc? Exprimer votre réponse en fonction de k et de d .

2. (2pt) Que vaut la norme de la force de frottement F_d ? Donner également son sens lorsque le bloc se déplace depuis P_i vers P_0 .

QUESTION 4: (10 points)

On considère un corps ponctuel de masse M entrant en collision avec un corps ponctuel de masse m . Avant la collision, la vitesse \vec{V} du premier corps est dirigée vers le bas sur la figure 4 et celle du second corps, notée \vec{v} , est dirigée vers la gauche. Après la collision, on suppose que les deux corps fusionnent en un seul corps ponctuel de masse $M + m$, et on note \vec{V}' sa vitesse. L'angle formé par \vec{V}' et la verticale est noté α . On néglige les effets de frottement et de la gravitation dans ce problème.

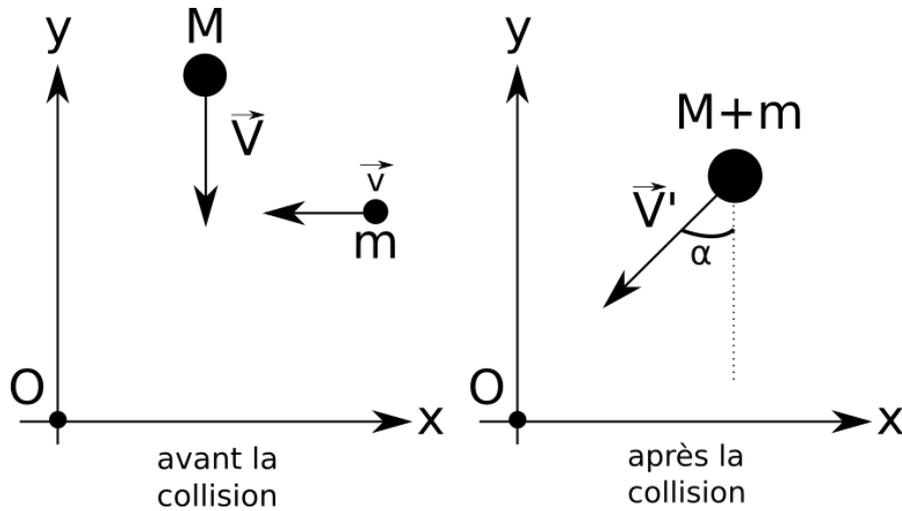


Figure 4: Deux corps de masse M et m entrent en collision. Après la collision, ils ont fusionné en un corps ponctuel de masse $M + m$.

1. (1pt) Exprimer \vec{V}' en fonction de sa norme V' et de l'angle α .
2. (4pt) En utilisant le théorème de conservation approprié vu au cours, déterminer l'angle α ainsi que V' en fonction de M, m, V et v .

3. (3pt) Que vaut la variation ΔE_C de l'énergie cinétique lors de cette collision? Exprimer votre réponse en fonction de M, m, V et v . *Nous vous conseillons de simplifier au maximum votre réponse pour ΔE_C .*

4. (2pt) Peut-on ajuster la valeur de v telle que cette collision soit élastique? Si oui, trouver cette valeur. Si non, démontrer pourquoi.

QUESTION 5: (10 points)

Vous allez analyser la conduction électrique d'ions sodium Na^+ dans un canal ionique qui s'élargit au sein d'une membrane cellulaire isolante d'épaisseur $\ell = 9\text{nm}$ (figure 5). Le canal est modélisé par deux cylindres identiques à l'entrée et à la sortie de la membrane (tous deux labellisés a, de longueur $\ell/3$, et de diamètre $D_a = 3\text{nm}$) ainsi que par un cylindre intermédiaire (labellisé b, de même longueur, et de diamètre double $D_b = 6\text{nm}$). La conductivité vaut $\sigma = 0.1/\Omega\text{m}$ et la densité d'ions Na^+ vaut $n = 3.5 \cdot 10^{22}/\text{m}^3$ dans chacun de ces cylindres. Le champ électrique intra-membranaire \vec{E}_m pointe verticalement vers le bas de façon homogène avec une intensité de $6.5 \cdot 10^6 \text{N/C}$.

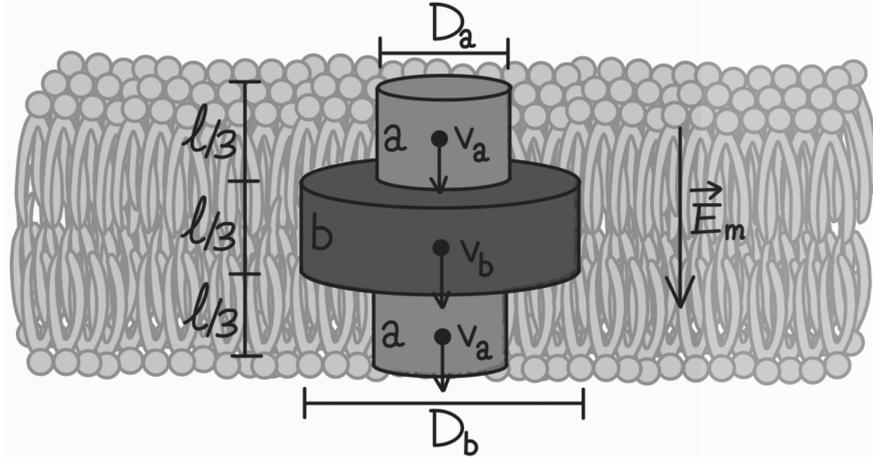


Figure 5: Canal ionique de conformation non-cylindrique.

1. (4pt) Calculez la résistance totale R de ce canal.

2. (3pt) Déterminez l'intensité I du courant sodique qui le traverse. *Si vous n'avez pas trouvé de réponse à la sous-question précédente, utilisez $R = 10^{10}\Omega$.*

3. (3pt) Combien le temps met un ion Na^+ pour traverser la membrane? (*Aide: Estimez d'abord les vitesses v_a et v_b indiquées dans la figure 5.*) *Si vous n'avez pas trouvé de réponse à la sous-question précédente, utilisez $I = 5\text{pA}$.*

QUESTION 6: (10 points)

La figure 6 reprend l'expérience de lévitation magnétique du cours. Une boucle composée de $N = 370$ spires rigides de rayon $R = 2.4\text{cm}$ (masse totale $m = 36\text{gr}$) entoure un aimant posé verticalement. Vous allez examiner pourquoi cette boucle, soumise à un courant électrique $I = 0.7\text{A}$ (dans le sens indiqué sur la figure), lévite à hauteur z . Le graphique à droite de la figure donne une mesure expérimentale de la composante horizontale $B_h > 0$ du champ magnétique de l'aimant sur la boucle, en fonction de sa hauteur. Pour l'accélération pesanteur, utilisez $g = 10\text{m/s}^2$.

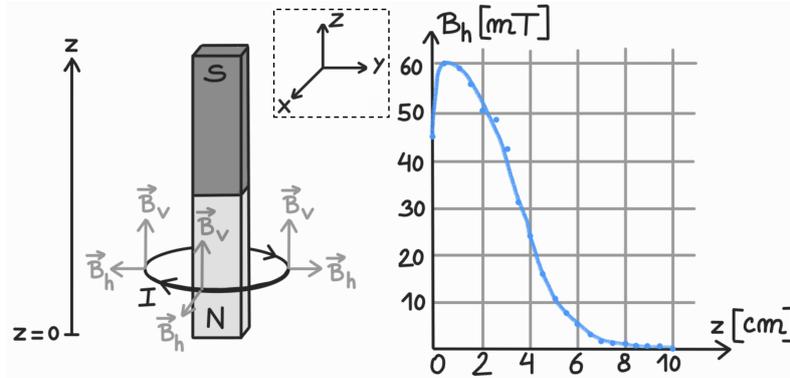


Figure 6: Expérience de lévitation d'une boucle.

- (1pt) Expliquez pourquoi la composante verticale B_v du champ magnétique ne contribue pas à la lévitation de la boucle.
- (4pt) Déterminez la norme et la direction de la force magnétique \vec{F}_{magn} exercée sur la boucle et celle de son poids \vec{F}_{poids} , en fonction de B_h et d'autres paramètres du problème. Utilisez le système d'axes (x, y, z) de la figure 6.
- (3pt) Déterminez numériquement la valeur de B_h nécessaire pour que la boucle soit en lévitation à une hauteur fixe.
- (2pt) Estimez la hauteur z de lévitation, à 0.5cm près. Si vous n'avez pas trouvé de réponse à la sous-question précédente, utilisez $B_h = 10\text{mT}$.

AIDE-MÉMOIRE

$$\begin{array}{lll}
 \rho_0 = 1000 \text{kg/m}^3 & \|\vec{A}\| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} & 1 \text{atm} = 101325 \text{Pa} \\
 g = 10 \text{m/s}^2 & \frac{d \sin(ax)}{dx} = a \cos(ax) & \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha \\
 \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z + p & \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha & \vec{a}_c = -\omega^2 \vec{r} \\
 \vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta & \|\vec{A} \times \vec{B}\| = AB \sin \theta & v = \omega r \\
 \cos \alpha = \frac{\text{adjacent}}{H} & F_s^{\text{max}} = \mu N & Q = Av \\
 E_P = \frac{1}{2} k r^2 & E_P = -m \vec{g} \cdot \vec{r} & W = \vec{f} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \\
 A = \pi R^2 & \Delta E_c = W_{\text{tot.}} &
 \end{array}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y, A_z B_x - A_x B_z, A_x B_y - A_y B_x)$$

$$\begin{array}{lll}
 e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{C} & \epsilon_0 = 8.9 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A}^2 \text{s}^4}{\text{kg m}^3} & \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}} \\
 1 \mu X = 10^{-6} X \text{ (micro)} & 1 \text{n} X = 10^{-9} X \text{ (nano)} & 1 \text{p} X = 10^{-12} X \text{ (pico)} \\
 \vec{F}_{Q/q} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} & \vec{F}_{\vec{E}/q} = q\vec{E} & \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \\
 \sigma = Q/A & \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{n} & \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n} \\
 \frac{1}{2} m v^2 + qV & \Delta V = EL & V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \\
 \Delta V = RI & R = \frac{L}{S} \frac{1}{\sigma} & I = env_e S \\
 R = R_1 + R_2 & \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & P = \Delta VI \\
 \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2} & B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} & B = \frac{\mu_0 I}{2R} \\
 B = \mu_0 \frac{N}{L} I & \vec{F}_{\vec{B}/I} = Id\vec{\ell} \times \vec{B} & F_{I_1/I_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d} \\
 \vec{F}_{\vec{B}/q} = q\vec{v} \times \vec{B} & \vec{v} \perp \vec{v} \times \vec{B} & R_L = \frac{mv}{|q|B}
 \end{array}$$