Examen 25/08/2022 - PHYSG1101/1103

Correction

Question 1

1. $\vec{g} = (0, 0, -g)$

2. $\vec{v}_0 = v_0 (\sin\theta, 0, \cos\theta)$

3. $$\begin{cases} x_p(t) = v_0 t \sin\theta \\ y_p(t) = 0 \\ z(t) = v_0 t \cos\theta - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

4. $$\begin{cases} x_T(t) = d \\ y_T(t) = Y_0 - Vt \\ z_T(t) = 0 \end{cases}$$

5. Impact : $$\begin{cases} x_p(t_*) = x_T(t_*) \\ y_p(t_*) = y_T(t_*) \\ z_p(t_*) = z_T(t_*) \end{cases}$$

Donc :

$$\begin{cases} v_0 t_* \sin\theta = d \\ 0 = Y_0 - V t_* \\ v_0 t_* \cos\theta - \frac{1}{2} g t_*^2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{t_* = \frac{Y_0}{V}}$$

$$v_0 \sin\theta = \frac{d}{t_*} = \frac{dV}{Y_0}$$

$$v_0 \cos\theta = \frac{1}{2} g t_* = \frac{1}{2} \frac{g Y_0}{V}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{dV}{Y_0} \frac{2V}{g Y_0} = \frac{2dV^2}{g Y_0^2}$$

$$v_0^2 = \left(\frac{dV}{Y_0}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{g Y_0}{V}\right)^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\tan\theta = \frac{2dV^2}{g Y_0^2}} \quad \text{et} \quad \boxed{v_0 = \sqrt{\left(\frac{dV}{Y_0}\right)^2 + \left(\frac{g Y_0}{2V}\right)^2}}$$

6. S.I.: $V = 15 \, km/h = 4{,}17 \, m/s$

$$v_0 = \sqrt{2{,}78 \, m^2/s^2 + 35{,}94 \, m^2/s^2}$$

$$\boxed{v_0 = 6{,}22 \, m/s}$$

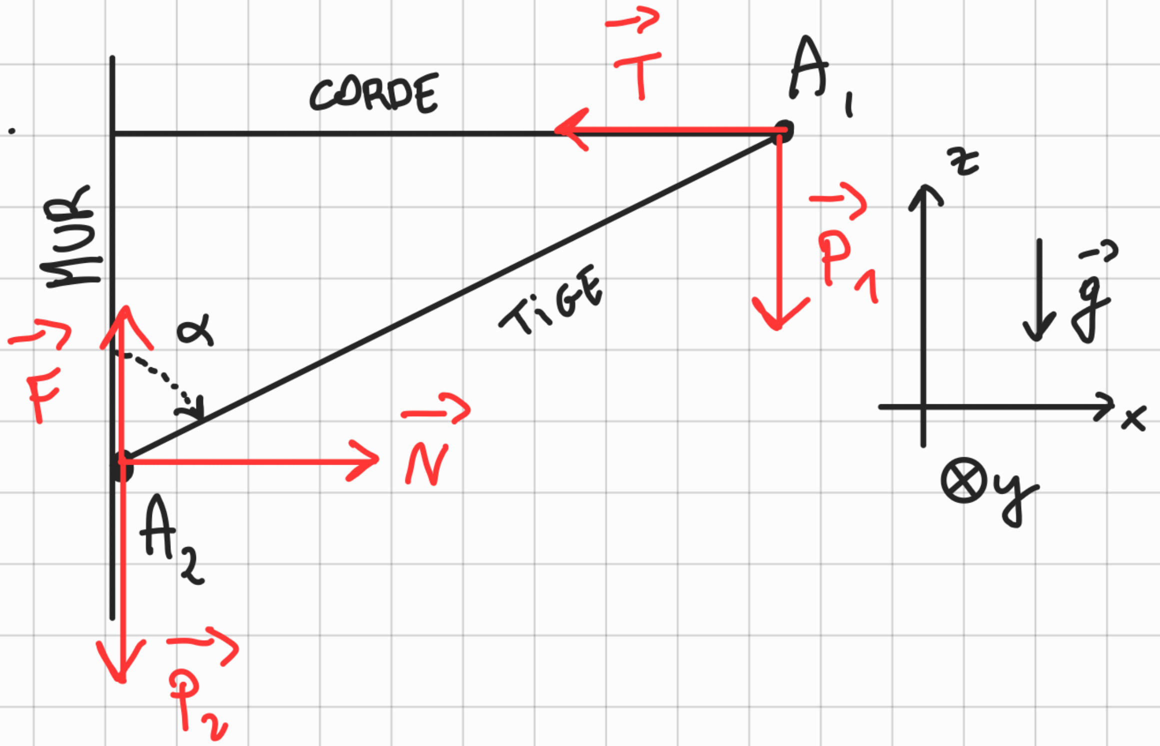
$$\tan\theta = 0{,}278 \Rightarrow \boxed{\theta = 15{,}55^\circ}$$

Examen 25/08/2022 - PHYSG1101/1103

Correction

Question 2

1.



2. $\vec{T} = (-T, 0, 0)$ $\qquad$ $\vec{N} = (N, 0, 0)$

$\vec{P}_1 = (0, 0, -P_1)$ $\qquad$ $\vec{P}_2 = (0, 0, -P_2)$

$\vec{F} = (0, 0, F)$

3. $\vec{\tau}_{A_2}(\vec{T}) = L T \cos\alpha \, (0, -1, 0)$

4. $\vec{\tau}_{A_2}(\vec{P}_1) = L m_1 g \sin\alpha \, (0, 1, 0)$

5. Equilibre des forces :

$$\vec{T} + \vec{P_1} + \vec{P_2} + \vec{N} + \vec{F} = \vec{0}$$

Equilibre des moments de force par rapport à A_2 :

$$\vec{\tau}_{A_2}(\vec{T}) + \vec{\tau}_{A_2}(\vec{P_1}) = \vec{0}$$

Donc : $\begin{cases} N = T \\ P_1 + P_2 = F \\ L T \cos\alpha = L m_1 g \sin\alpha \end{cases}$

$$\Rightarrow \boxed{F = g(m_1 + m_2)}$$

$$\boxed{T = m_1 g \tan\alpha}$$

$$\boxed{N = m_1 g \tan\alpha}$$

Examen 25/08/2022 - PHYSG1101/1103

Correction

Question 3

1. $M_1 = V_1 \rho_1 = (260\ 10^{-6} m^3)\ 88 kg/m^3$

$= 22{,}88\ g = 0{,}02288\ kg$

$M_2 = V_2 \rho_2 = (380\ 10^{-6} m^3)\ 750\ kg/m^3$

$= 285\ g = 0{,}285\ kg$

2. Forces : poid, tension, Archimède :
↳ norme B_1

Donc :

$$P_1 + T_{corde} = B_1$$

$\Rightarrow T_{corde} = B_1 - P_1$

Or $B_1 = \rho_0\ (15\% V_1)\ g$

$\Rightarrow B_1 = 0{,}39\ N$ $\quad P_1 = M_1 g = 0{,}229\ N$

$\Rightarrow \boxed{T_{corde} = 0{,}16\ N}$

3. Idem :

$$P_2 + T_{chaine} = T_{corde} + B_2$$

avec cette fois

$$B_2 = \rho_0 V_2 g = 3,8 \text{ N}$$

$$\Rightarrow T_{chaine} = T_{corde} + B_2 - P_2$$

$$= 0,16 \text{ N} + 3,8 \text{ N} - 2,85 \text{ N}$$

$$\boxed{T_{chaine} = 1,11 \text{ N}}$$

[Alt. : avec $T_{corde} = 0,20 \text{ N}$, on aurait trouvé $T_{chaine} = 1,15 \text{ N}$.]

4. Cas limite : le bloc 1 est totalement immergé. On a alors $B_1 = \rho_0 V_1 g = 260 \cdot 10^{-6+4} \text{ N}$

$$= 2,6 \text{ N}$$

La tension dans la corde

devient

$$T_{corde} = B_1 - P_1 = 2{,}6\,N - 0{,}223\,N$$
$$= 2{,}37\,N$$

Pour la tension dans la chaîne on a alors :

$$T_{chaîne} = T_{corde} + B_2 - P_2$$
$$= 2{,}37\,N + 3{,}8\,N - 2{,}85\,N$$
$$= 3{,}32\,N$$

On est très loin des valeurs de rupture, donc rien ne va céder!

Examen 25/08/2022 - PHYSG1101/1103

Correction

V2

Question 4

1. Conservation du débit :

$$Q = Q_A = Q_B = Q_C$$

Or $Q_A = \pi R^2 v_A$

$$Q_B = \pi r^2 v_B$$

$$Q_C = \pi R^2 v_C$$

Donc :

$$\boxed{v_A = \frac{Q}{\pi R^2} \qquad v_B = \frac{Q}{\pi r^2} \qquad v_C = \frac{Q}{\pi R^2}}$$

2. On applique le théorème de Bernoulli :

$$\frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B + p_B = \frac{1}{2}\rho v_C^2 + \rho g z_c + p_c$$

$$\Rightarrow P_B - P_C = \frac{1}{2}\rho\left(v_C^2 - v_B^2\right) + \rho g\,(z_C - z_B)$$

$$\boxed{P_B - P_C = \frac{1}{2}\rho\frac{Q^2}{\pi^2}\left(\frac{1}{R^4} - \frac{1}{r^4}\right) + \rho g\,(z_C - z_B)}$$

3. Raisonnement similaire donne :

$$P_C - P_A = \frac{1}{2}\rho\,(v_C^2 - v_A^2) + \rho g\,(z_A - z_C)$$

Or cette fois $v_A = v_C$, donc

$$\boxed{P_C - P_A = \rho g\,(z_A - z_C)}$$

4. On demande de trouver r tel

que $P_C = P_B$.

Par 2., on a donc

$$\frac{1}{2}\rho\frac{Q^2}{\pi^2}\left(R^{-4} - r^{-4}\right) + \rho g\,(z_C - z_B) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad R^{-4} - r^{-4} = \frac{2\pi^2}{Q^2} g\,(z_B - z_A)$$

et donc finalement :

$$\Rightarrow \boxed{r = \left(R^{-4} - \frac{2\pi^2 g}{Q^2} \left(z_B - z_A \right) \right)^{-1/4}}$$