

Physique Appliquée aux Sciences de la Vie PHYSG-1101 et PHYSG-1103

Titulaires: Antonin Rovai et Vincent Wens

**BA1 en Sciences Biomédicales et Médecine Vétérinaire****Examen****Nom:****Prénom:****Matricule:****Section:**

Q1: /8	Q2: /19	Q3: /11
Q4: /18	Q5: /14	Q6: /11

**Instructions:**

L'usage de document n'est pas autorisé. L'examen dure 3 heures. Il y a 6 questions. Vous êtes responsables de vérifier que cet examen comporte bien 14 pages. Vous n'êtes pas autorisés à dégraffer les pages de l'examen. Vous êtes autorisés à utiliser une calculatrice (pas de smartphone). Un aide-mémoire vous est fourni à la fin de ce document. Justifiez bien toutes vos réponses.

Nous vous recommandons de faire un maximum de calculs de façon symbolique (sans substituer les valeurs numériques). Lorsque cela est possible, exprimez vos résultats numériquement à la fin de vos calculs.

Les valeurs numériques peuvent être arrondies au 2e chiffre significatif. Sauf indication contraire, tous les résultats numériques doivent être exprimés dans les unités du Système International. Vous pouvez prendre  $g = 10m/s^2$  et  $\rho_0 = 1000kg/m^3$ .

Lorsqu'il vous est demandé de dessiner une force sur un schéma, on demande que la direction et le sens soient le plus précis possible, mais la norme ne doit pas nécessairement être à l'échelle.

Veillez répondre à chaque question dans l'espace prévu à cet effet après chaque énoncé. S'il vous manque de la place, vous pouvez faire référence au verso d'une des feuilles d'examen pour indiquer où se trouve votre réponse. Veillez à indiquer *très clairement* si vous recourez à ce système. Enfin, le verso des feuilles d'examen peut-être également utilisé comme brouillon pour vos calculs et raisonnements.

**Note finale:** Le nombre total de points, sur les 6 questions, s'élève à 81 points. Le nombre de points obtenus est rapporté sur 20, et la note de l'examen est alors obtenue en arrondissant à l'entier le plus proche.

QUESTION 1: (8 points)

On considère un tir parabolique ayant lieu sur un plan incliné d'un angle avec l'horizontale de  $\alpha = 12^\circ$ . La position initiale du projectile est prise pour point de référence ainsi que pour origine des coordonnées  $x$  et  $z$ . La vitesse initiale fait un angle  $\theta = 42^\circ$  avec l'horizontale et la norme  $v_0$  de la vitesse initiale est inconnue. Sur le plan incliné, un point  $P$  est pris pour cible, à une distance  $L = 5m$  de  $O$ . Voir figure 1.

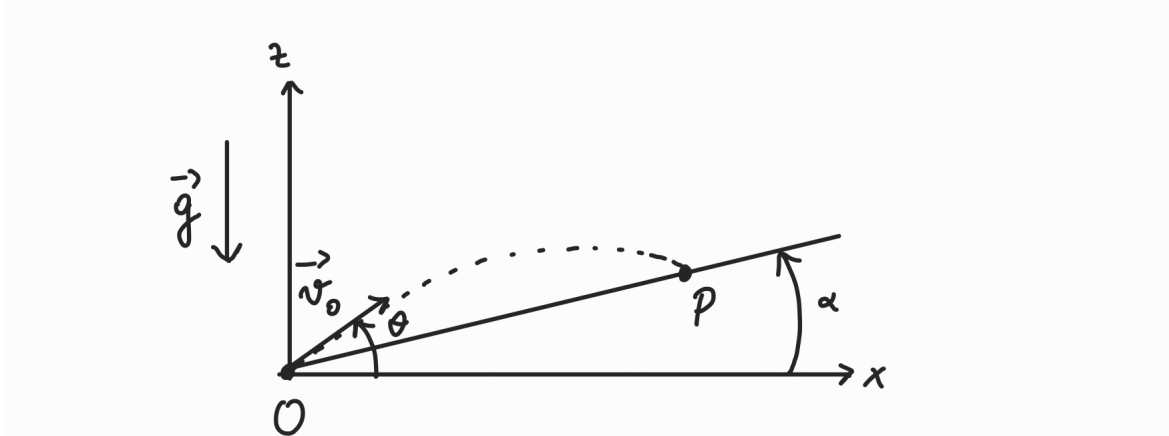


Figure 1: Un projectile est lancé depuis le point  $O$  vers la cible, au point  $P$ .

On vous demande d'utiliser le système d'axes tel que présenté sur la figure 1. De plus, nous vous conseillons de ne substituer les valeurs numériques pour les angles  $\theta$  et  $\alpha$  qu'à la fin de vos calculs.

1. (1pt) Que valent les composantes du vecteur  $\overrightarrow{OP}$ ?
  
2. (1pt) Que valent les composantes du vecteur vitesse initiale  $\vec{v}_0$  en fonction de l'inconnue  $v_0$ ?
  
3. (1pt) Que valent les composantes du vecteur position  $\vec{r}(t)$  pour ce tir parabolique?

4. (2pt) On note  $t_*$  le temps d'impact. Déterminer les équations que doivent satisfaire le temps d'impact  $t_*$  et la norme de la vitesse initiale  $v_0$ .
5. (2pt) Résoudre ces équations et déterminer ainsi  $t_*$  et  $v_0$ . Evaluer votre résultat final numériquement.
6. (1pt) Il est clair que si  $\theta$  était inférieur à  $\alpha$  dans ce problème, le projectile ne pourrait jamais atteindre le point  $P$ . Comment ceci est-il traduit mathématiquement dans vos résultats?

QUESTION 2: (19 points)

L'astéroïde le plus massif connu à ce jour a une masse de  $M_a = 9 \cdot 10^{20} \text{kg}$ . Dans ce problème on imagine qu'il s'écrase sur la Terre. Lors de cette collision, on considère que l'entièreté de la matière de l'astéroïde est absorbée par la Terre. De plus, on suppose que l'astéroïde et la Terre sont des corps ponctuels: il s'agit donc d'un problème de collision à une dimension. On place un point de référence  $O$ , considéré comme immobile, sur la Terre avant la collision. Par rapport à ce point, la vitesse de l'astéroïde à l'impact est  $v_i = 1200 \text{km/h}$ .

On néglige l'attraction gravitationnelle de la Terre sur l'astéroïde et vice-versa. Enfin, on prend pour la masse de la Terre la valeur  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{kg}$ .

1. (1pt) Donner la valeur de  $v_i$  dans les unités du Système International.
2. (2pt) Quelle est la vitesse du centre de masse  $v_{\text{cm}}$  de ce système avant l'impact?
3. (2pt) Que vaut l'impulsion (c'est-à-dire la quantité de mouvement) de l'astéroïde  $p_a$  avant l'impact?
4. (1pt) Que vaut l'impulsion de la Terre  $p_T$  avant l'impact?
5. (2pt) Que vaut l'énergie cinétique totale  $E_c$  de ce système avant l'impact?
6. (4pt) Que vaut la vitesse finale de la Terre  $v'_T$  après la chute de l'astéroïde sur celle-ci?

7. (1pt) Que vaut l'énergie cinétique totale  $E'_c$  après l'impact?
8. (3pt) La collision est-elle élastique? Si oui, montrer pourquoi et si non, calculer la quantité d'énergie dissipée  $E_{\text{diss.}}$  dans cette collision.

On s'intéresse maintenant à l'origine de ce mystérieux astéroïde. On suppose qu'il s'est déplacé, depuis qu'il a été détecté, sur une trajectoire radiale par rapport au Soleil. La masse du Soleil est  $M_S = 2 \cdot 10^{30} \text{kg}$  et la distance Terre-Soleil est de  $d = 150 \cdot 10^6 \text{km}$ .

9. (2pt) Que vaut la vitesse de libération  $v_\ell$  dans le champ de gravitation du Soleil à une distance  $d$  de celui-ci? Évaluez numériquement votre réponse.
10. (1pt) Pensez-vous que l'astéroïde puisse trouver son origine au sein du système solaire ou bien peut-il venir de l'extérieur de celui-ci?

QUESTION 3: (11 points)

On considère un bloc de masse  $M = 15\text{kg}$  posé sur un plan incliné avec un angle  $\theta = 9^\circ$  par rapport à l'horizontale. Une force  $\vec{f}$  est appliquée sur le bloc. Cette force est horizontale, dirigée vers la gauche et est de norme  $f = 15\text{N}$ . Malgré cette force, le bloc reste immobile. Voir figure 2 pour un récapitulatif de la situation.

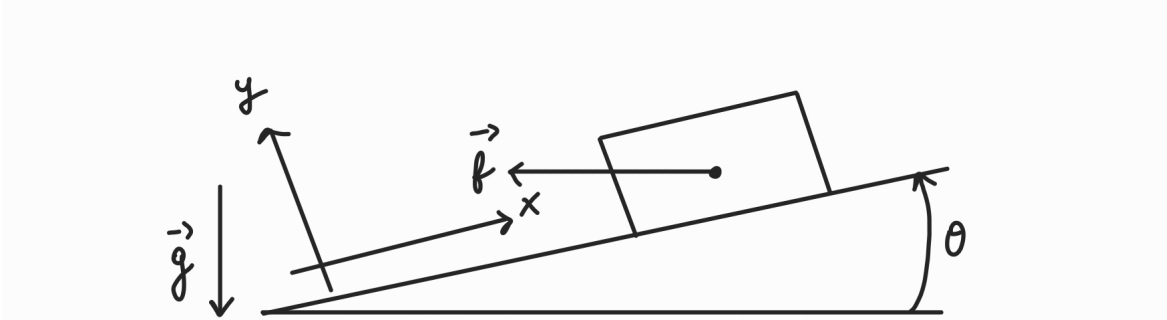


Figure 2: Une force est appliquée sur un bloc posé sur un plan incliné.

On note  $\mu = 0,3$  le coefficient de frottement statique entre le bloc et le plan incliné. On néglige de plus les dimensions du bloc, que l'on considère donc comme ponctuel. On vous demande d'utiliser le système d'axes tel que présenté sur la figure 2. Comme toujours, nous vous conseillons de faire les substitutions numériques le plus tard possible dans vos calculs.

1. (1pt) Calculer les composantes du vecteur d'accélération gravitationnelle  $\vec{g}$  dans ce système d'axes.
2. (1pt) Calculer les composantes du vecteur  $\vec{f}$  dans ce système d'axes.
3. (2pt) Donner la liste des forces (autres que  $\vec{f}$ ) agissant sur le bloc et les représenter sur la figure 2. Il n'est pas nécessaire de calculer ces forces à ce stade.



QUESTION 4: (18 points)

On considère une tige rigide de masse négligeable, fixée à un pivot à son extrémité gauche. Deux cordes y sont attachées: la corde 1, fixée en  $P_1$ , est verticale et fixée à son autre extrémité au plafond. La seconde, la corde 2, est fixée en  $P_2$ . Une masse  $M = 5\text{kg}$  est suspendue par la corde 2. On note  $\alpha = 32^\circ$  l'angle que fait la tige avec l'horizontale. Le point de référence  $O$  est placé sur le pivot, voir figure 3 pour un récapitulatif. Le système est supposé immobile.

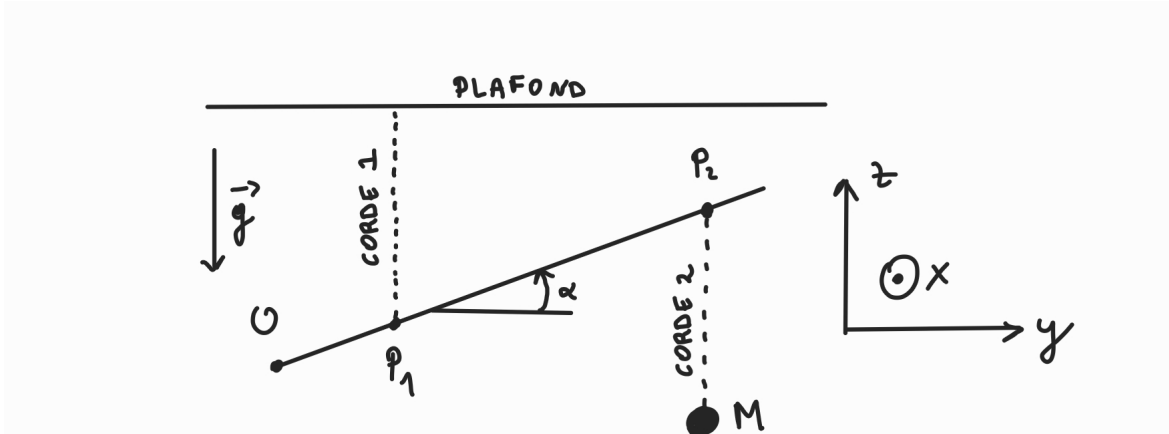


Figure 3: Une tige fixée à un pivot, suspendue au plafond par une corde et à laquelle une masse  $M$  est attachée par une autre corde.

On note  $\ell_1 = 15\text{cm}$  la distance entre  $O$  et  $P_1$  et  $\ell_2 = 45\text{cm}$  la distance entre  $O$  et  $P_2$ . On vous demande d'utiliser le système d'axes tel que présenté sur la figure 3 (remarquez que l'axe des  $x$  sort de votre feuille et pointe dans votre direction).

- (2pt) Donner la liste des forces agissant sur la masse  $M$  et les représenter sur la figure 4 ci-dessous. Il n'est pas nécessaire de calculer numériquement ces forces pour l'instant.

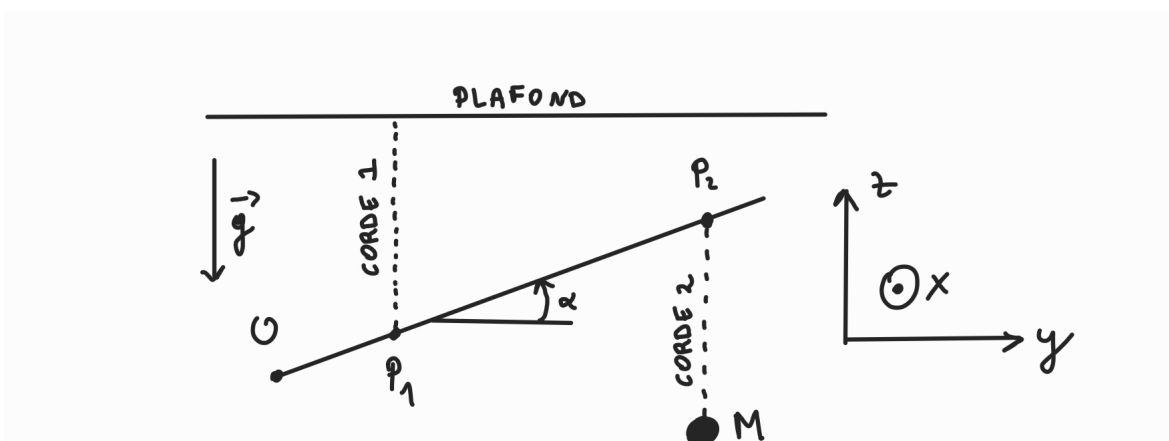


Figure 4: Dessiner sur cette figure les forces s'exerçant sur  $M$ .





QUESTION 5: (14 points)

On considère une bassine remplie d'eau dans laquelle deux blocs sont liés par une corde. Le bloc 1 a un volume  $V_1 = 500\text{cm}^3$  et une densité volumique de masse  $\rho_1 = 60\text{kg/m}^3$ , et le bloc 2 a un volume  $V_2 = 500\text{cm}^3$  et une densité volumique de masse  $\rho_2 = 1200\text{kg/m}^3$ . Le bloc 1, moins dense que l'eau, a tendance à flotter tandis que le bloc 2, plus dense que l'eau, a tendance à couler. Voir figure 5 pour un récapitulatif.

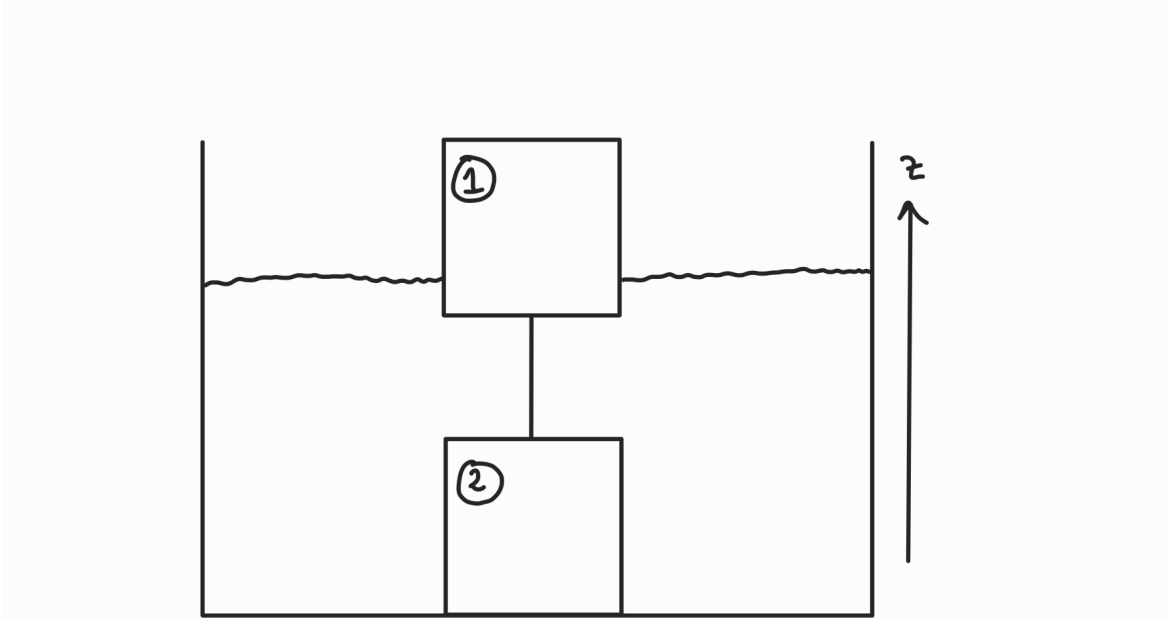


Figure 5: Deux blocs sont attachés ensemble par une corde tendue dans une bassine. Nous prenons l'axe des  $z$  comme indiqué sur la figure.

On suppose pour l'instant que 10% du volume du bloc 1 est immergé dans l'eau, que le bloc 2 est posé dans le fond de la bassine, que la corde est tendue et que le système est à l'équilibre.

1. (2pt) Calculer la masse  $M_1$  du bloc 1 et la masse  $M_2$  du bloc 2.
2. (2pt) Donner la liste des forces agissant sur le bloc 1 et les représenter sur la figure 5. Il n'est pas nécessaire de calculer numériquement ces forces pour l'instant.
3. (3pt) Quelle est la tension dans la corde?



QUESTION 6: (11 points)

On considère dans cette question un modèle très simplifié de circulation sanguine représenté sur la figure 6. Le seul et unique rôle du coeur dans ce modèle est de donner une vitesse  $V = 5\text{cm/s}$  au sang. Le sang sort du coeur par le point  $A$  et monte ensuite en s'écoulant dans l'artère de rayon  $R = 1.5\text{cm}$ , sur la gauche dans la figure 6, jusqu'à arriver à une bifurcation. Les deux vaisseaux de cette bifurcation ont le même rayon  $r = 0.75\text{cm}$  mais ne sont pas à la même hauteur par rapport au coeur: le point  $B$ , situé dans le vaisseau inférieur, est à une hauteur  $h_B = 20\text{cm}$ , et le point  $C$ , situé dans le vaisseau supérieur, est à une hauteur  $h_C = 30\text{cm}$ . Le sang retourne ensuite au coeur par la veine, sur la droite dans la figure 6.

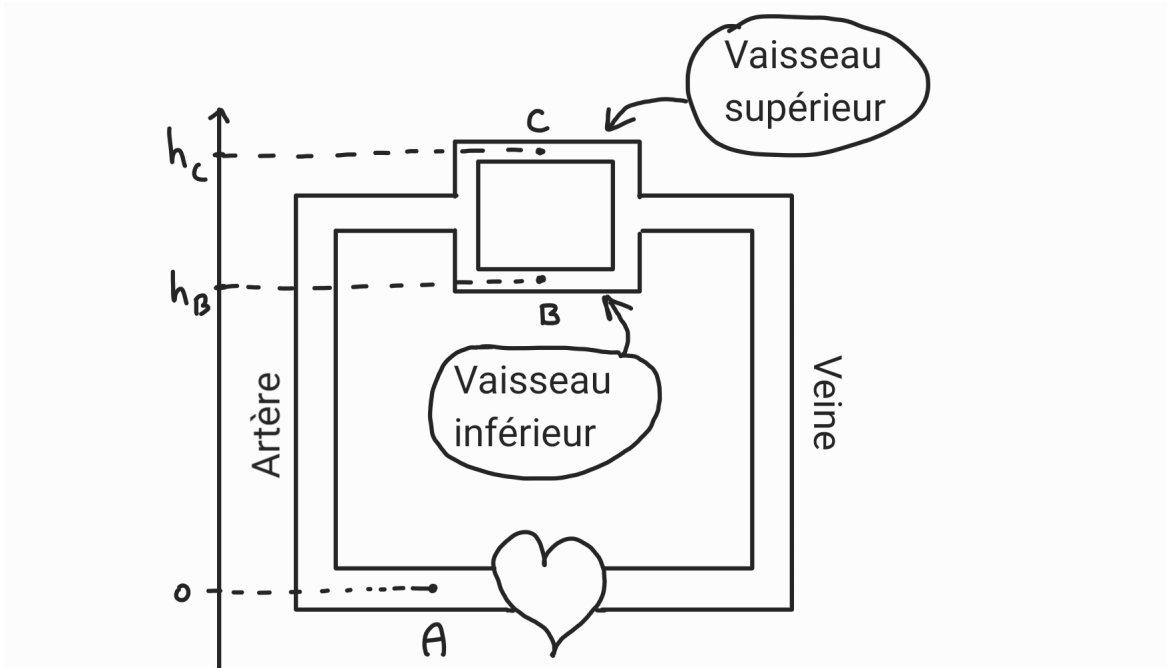


Figure 6: Modèle très simplifié de circulation sanguine. Le sens de circulation est horlogique. Les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  ne sont pas à la même hauteur.

On admettra dans cette question que la vitesse du sang en  $B$  et en  $C$  sont les mêmes:  $v_B = v_C$ . On note cette vitesse  $v$  dans la suite. On note de plus  $p_A$  la pression en  $A$  et de même pour  $p_B$  et  $p_C$ .

On suppose dans cette question que le sang est un fluide incompressible, non-visqueux et que son écoulement est laminaire et satisfait à la conservation de la masse. On prend de plus la densité volumique de masse du sang  $\rho_{\text{sang}} = 1000\text{kg/m}^3$ .

Dans vos réponses, vous pouvez laisser vos vitesses en  $\text{cm/s}$ , mais les réponses pour les pressions doivent être en  $\text{Pa}$ .

1. (4pt) En utilisant la conservation du débit, déterminer la valeur de  $v$ .

2. (2pt) Que vaut la différence de pression  $p_A - p_B$ ?

3. (2pt) Que vaut la différence de pression  $p_B - p_C$ ?

A partir de maintenant, on suppose que les besoins nutritifs des tissus au voisinage du vaisseau supérieur augmentent. L'organisme se débrouille alors pour dilater le vaisseau concerné, de sorte que le rayon au point  $C$  augmente jusqu'à une valeur de  $r_C = \alpha r$ , le facteur de dilatation étant fixé à  $\alpha = 1,1$ . Le rayon du vaisseau inférieur ne change pas et reste donc à la valeur de  $r$ . Nous supposons toujours que les vitesses d'écoulement dans les deux vaisseaux sont égales.

4. (3pt) A quelle vitesse  $V'$  le coeur doit-il propulser le sang afin de maintenir la vitesse  $v_C$  égale à  $v$  (où  $v$  est calculée à la sous-question 1.)? (Si vous n'avez pas réussi à calculer la valeur de  $v$  à la sous-question 1., alors vous pouvez prendre  $v = 20\text{cm/s}$  dans la suite.)

AIDE-MÉMOIRE

$$\frac{GM}{R_T^2} = 10m/s^2$$

$$R_T = 6400km$$

$$1atm = 101325Pa$$

$$\rho_0 = 1000kg/m^3$$

$$\|\vec{A}\| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$v_\ell = \sqrt{\frac{2GM}{r_0}}$$

$$g = 10m/s^2$$

$$\frac{d \sin(ax)}{dx} = a \cos(ax)$$

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha$$

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + p$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\vec{a}_c = -\omega^2 \vec{r}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

$$\|\vec{A} \times \vec{B}\| = AB \sin \theta$$

$$F_f^{\max} = \mu N$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{adjacent}}{H}$$

$$Q = Av$$

$$\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$$

$$P = \frac{dE_c}{dt}$$

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^3} \vec{r}$$

$$A = \pi R^2$$

$$\omega^2 = \frac{GM}{R^3}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y, A_z B_x - A_x B_z, A_x B_y - A_y B_x)$$