

BA1 en Sciences Biomédicales et Médecine Vétérinaire

Examen**Nom:****Prénom:****Matricule:****Section:**

| | | | |
|---------|---------|--------|--------|
| Q1: /11 | Q2: /11 | Q3: /9 | Q4: /9 |
|---------|---------|--------|--------|

Instructions:

L'usage de documents n'est pas autorisé. L'examen dure 2 heures et 15 minutes. Il y a 4 questions. Vous êtes responsables de vérifier que cet examen comporte bien 10 pages. Vous n'êtes pas autorisés à dégraffer les pages de l'examen. Vous êtes autorisés à utiliser une calculatrice (pas de smartphone). Un aide-mémoire vous est fourni à la fin de ce document. Vous pouvez utiliser les résultats du cours théorique sans démonstration, mais pour le reste justifiez bien toutes vos réponses.

Les valeurs numériques peuvent être arrondies au 2e chiffre significatif. Sauf indication contraire, tous les résultats numériques doivent être exprimés dans les unités du Système International. Vous pouvez prendre $g = 10m/s^2$ et $\rho_0 = 1000kg/m^3$.

Lorsqu'il vous est demandé de dessiner une force sur un schéma, on demande que la direction et le sens soient le plus précis possible, mais la norme ne doit pas nécessairement être à l'échelle.

Veillez répondre à chaque question dans l'espace prévu à cet effet après chaque énoncé. S'il vous manque de la place, vous pouvez faire référence au verso d'une des feuilles d'examen pour indiquer où se trouve votre réponse. Veillez à indiquer *très clairement* si vous recourez à ce système. Enfin, le verso des feuilles d'examen peut-être également utilisé comme brouillon pour vos calculs et raisonnements.

Note finale: Le nombre total de points, sur les 4 questions, s'élève à 40 points. Le nombre de points obtenus est rapporté sur 20, et la note de l'examen est alors obtenue en arrondissant à l'entier le plus proche.

QUESTION 1: (11 points)

On considère deux corps ponctuels dans le champ de pesanteur. Le corps 1 est lancé depuis le point O , au sol, avec une vitesse initiale \vec{v}_1 . Au même instant, le corps 2 est lancé depuis le point P , au sol et à une distance d de O avec une vitesse initiale \vec{v}_2 . Les vitesses sont telles que les deux corps entrent en collision au niveau du sol, sur un point Q situé sur la droite allant de O à P et à une distance $d/2$ de P .

On note respectivement θ_1 et θ_2 les angles positifs et inférieurs à $\pi/2$ que forment les vecteurs \vec{v}_1 et \vec{v}_2 avec l'horizontale.

On se réfère à la figure 1 pour le système d'axes Oxz à utiliser dans cette question.

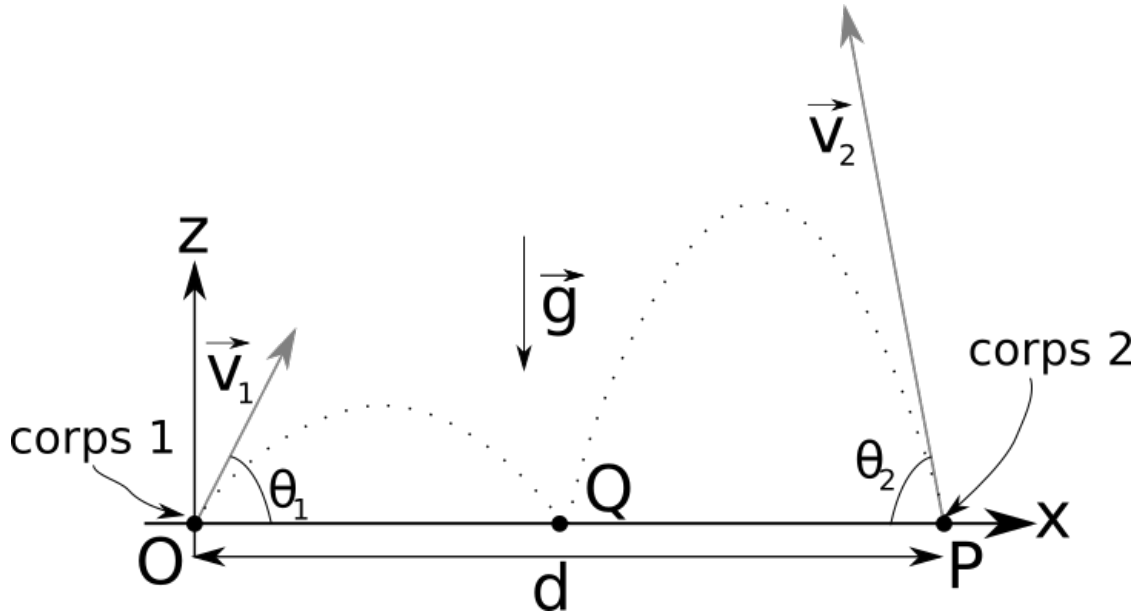


Figure 1: Le corps 1 est lancé depuis le point O , et au même instant le corps 2 est lancé en direction de O .

1. (1pt) Donner les composantes du vecteur accélération gravitationnelle \vec{g} .
2. (2pt) Exprimer les composantes des vecteurs \vec{v}_1 et \vec{v}_2 en fonction de leurs normes v_1, v_2 et des angles θ_1, θ_2 .
3. (1pt) Que valent les composantes $x_1(t)$ et $z_1(t)$ du vecteur position $\vec{r}_1(t)$ du premier corps? Exprimer le résultat en fonction de v_1, θ_1 et g .
4. (1pt) Que valent les composantes $x_2(t)$ et $z_2(t)$ du vecteur position $\vec{r}_2(t)$ du second corps? Exprimer le résultat en fonction de v_2, θ_2, d et g .

On suppose à partir de maintenant que $\theta_1 = 0.2\pi/4\text{rad}$ et $d = 40\text{cm}$.

5. (4pt) Déterminer les valeurs numériques de v_1, v_2 et θ_2 .

6. (2pt) On suppose maintenant que l'on diminue la valeur de v_2 . Quelle est la valeur minimale $v_{2,\min}$ que peut prendre v_2 afin que la collision ait toujours lieu?

QUESTION 2: (11 points)

On considère un corps ponctuel immobile de masse M posé sur une table et attaché à deux ressorts de constantes de rappel k_1 et k_2 . Chaque ressort est fixé, à son autre extrémité, à des points fixes A_1 et A_2 . Les positions d'équilibre des ressorts sont notées B_1 et B_2 .

On se réfère à la figure 2 pour le système d'axes Oxz à utiliser, le point O étant pris à mi-chemin entre A_1 et A_2 . On note L la distance entre A_1 et A_2 , ℓ_1 la distance entre O et B_1 et ℓ_2 celle entre O et B_2 .

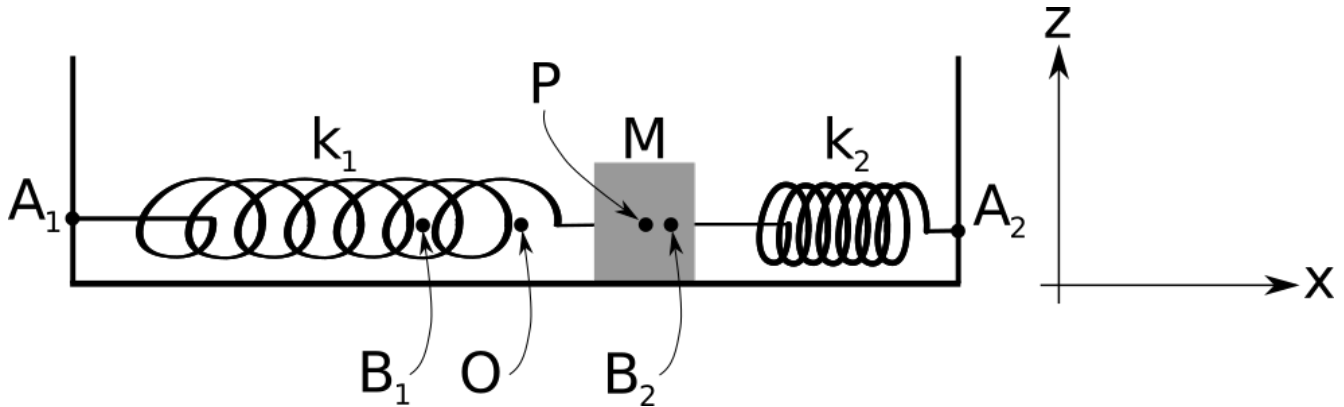


Figure 2: Le point B_1 est à la gauche du point O , le point P est à droite du point O , et le point B_2 est à droite du point P .

Voici les valeurs numériques à utiliser dans cette question: $M = 456g$, $k_1 = 0.6N/cm$, $k_2 = 140000g/s^2$, $\ell_1 = 16cm$ et $\ell_2 = 0.14m$.

Dans la première partie de cette question, on suppose que le coefficient de frottement statique entre le corps et la table est nul.

- (3pt) En notant x_0 la coordonnée suivant l'axe Ox de la position P du corps, déterminer la valeur numérique de x_0 en centimètres. Nous vous conseillons de remplacer les valeurs numériques à la fin du calcul. (Si vous ne trouvez pas la réponse, vous pouvez prendre $x_0 = 6cm$ dans la suite.)

2. (4pt) Calculer numériquement toutes les forces agissant sur le corps. Pour chaque force, donner également sa direction.

On suppose à présent que le coefficient de frottement statique μ_s est non-nul. De plus, le corps est maintenant au point O et est toujours immobile.

3. (2pt) Déterminer numériquement la force de frottement statique, sans oublier d'en indiquer le sens.

4. (2pt) Quelle est la valeur minimale que doit prendre μ_s afin que cette configuration soit possible?

QUESTION 3: (9 points)

On considère une personne entrain de porter une perche de longueur L et de masse M . Sa main droite tient la perche à l'une de ses extrêmité, au point A , tandis que sa main gauche la tient en un point B à une distance $L/3$ du point A . A l'autre extrêmité se trouve le point C auquel est fixé un micro de masse m . Le point A est plus bas que le point C , et on note θ l'angle que forme la perche avec l'horizontale. Le centre de gravité C_G de la perche est situé à mi-chemin entre A et C , et le système est à l'équilibre.

On note \vec{f}_A et \vec{f}_B les forces exercées par le porteur en A et B respectivement et \vec{f}_A est verticale, orientée vers le bas. On utilise de plus le système d'axes $Oxyz$ tel que présenté sur la figure 3.

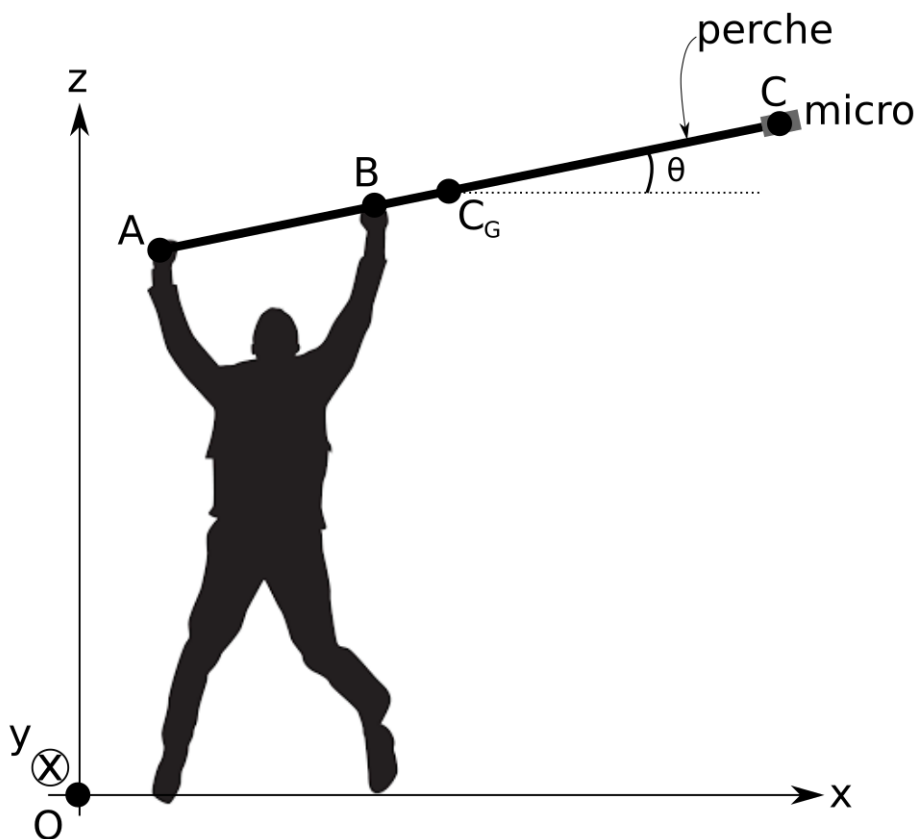


Figure 3: Un perchiste porte une perche munie d'un micro. Le centre de gravité de la perche est noté C_G .

1. (3pt) Que vaut la force $\vec{f}_A + \vec{f}_B$ en terme des masses m et M et de g ? Quel est alors l'orientation de \vec{f}_B ?

QUESTION 4: (9 points)

On considère une bassine d'eau dans laquelle est plongée une des extrémités d'un tuyau, l'autre extrémité étant hors de la bassine en un point plus bas que le niveau de l'eau. On note O l'extrémité immergée du tuyau, A un point à la surface de l'eau, B le point le plus haut du tuyau et enfin C l'extrémité à l'air libre du tuyau. Le tuyau est de diamètre d . Les points A, B et C sont respectivement de coordonnées z_A, z_B et z_C suivant l'axe Oz , z_C étant négatif.

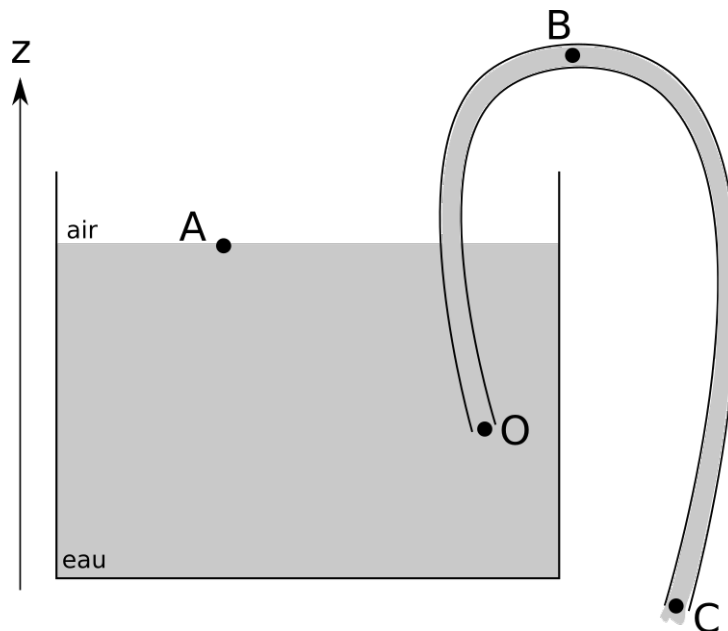


Figure 4: De l'eau s'échappe du tuyau par le point C . Le diamètre du tuyau est constant.

Les valeurs des paramètres sont $d = 2\text{cm}$, $z_A = 0.15\text{m}$, $z_B = 45\text{cm}$, $z_C = -1.2\text{m}$ et $v_A = 0.07\text{m/s}$.

1. (3pt) Calculer la vitesse v_C du fluide au point C . (Si vous ne trouvez pas de réponse numérique, vous pouvez prendre $v_C = 4\text{m/s}$ dans la suite.)

2. (2pt) Après combien de temps une bouteille d'un litre peut-elle être remplie en utilisant l'eau sortant au point C ? On suppose que la vitesse v_C calculée ci-dessus reste constante durant le remplissage.

3. (2pt) Déterminer la vitesse v_B et la pression p_B au point B .

4. (4pt) On suppose maintenant que nous sommes sur une autre planète dans laquelle la pression atmosphérique vaut $p_* = 57000Pa$. Quelle est la valeur maximale que peut prendre la constante d'accélération gravitationnelle g_* sur cette planète afin que l'écoulement soit toujours possible? On suppose que le dispositif et les propriétés du fluide sont inchangés par rapport au reste de la question.

AIDE-MÉMOIRE

| | | |
|---|---|---|
| $\rho_0 = 1000 \text{kg/m}^3$ | $\ \vec{A}\ = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ | $1 \text{atm} = 101325 \text{Pa}$ |
| $g = 10 \text{m/s}^2$ | $2 \sin a \cos a = \sin(2a)$ | $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha$ |
| $\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + p$ | $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$ | $\vec{a}_c = -\omega^2 \vec{r}$ |
| $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$ | $\ \vec{A} \times \vec{B}\ = AB \sin \theta$ | $v = \omega r$ |
| $\cos \alpha = \frac{\text{adjacent}}{H}$ | $F_s^{\text{max}} = \mu N$ | $Q = Av$ |
| $E_P = \frac{1}{2}kr^2$ | $E_P = -m\vec{g} \cdot \vec{r}$ | $W = \vec{f} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$ |
| $A = \pi R^2$ | $\Delta E = W$ | $1 \ell = 1000 \text{cm}^3$ |

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y, A_z B_x - A_x B_z, A_x B_y - A_y B_x)$$