Université Libre de Bruxelles

Année Académique 2024-2025 *PHYS-G1103*

Physique appliquée aux sciences de la Vie - Module I *Antonin Rovai et Vincent Wens*

BA1 en Sciences Biomédicales et Médecine Vétérinaire

Série d'exercice n° 1

Analyse dimensionnelle et Unités

Solutions finales des exercices à préparer et des exercices non-étoilés

1 Rappels

- A toute grandeur physique, c'est-à-dire mesurable, est associé sa *dimension* qui en est une caractéristique unique et faisant partie de sa définition.
- Dans le cours, nous utilisons la *longueur* (L), le *temps* (T) et la *masse* (M) pour exprimer les dimensions d'autres grandeurs.
- Pour les valeurs numériques d'une grandeur physique nous utilisons des *unités*, qui font référence à des étalons de mesure. Dans les conventions du *Système International d'Unités*, les grandeurs de base pour notre cours ont les unités suivantes:
  1. le *mètre* pour la longueur,
  2. la *seconde* pour le temps,
  3. le *kilogramme* pour la masse.
- D'autres choix d'unités sont possibles, et il est parfois nécessaire de *convertir* d'une unité à l'autre. L'outil mathématique pertinent pour la conversion d'unité, dans la majorité des cas, est la *règle des proportions* (mais pas toujours, cf. ex. 9).
- Les *grandeurs dérivées* sont construites en combinant les grandeurs de base L, T et M.
- La valeur numérique d'une grandeur physique doit ***toujours*** s'accompagner de ses unités. Autrement, le résultat n'a ***aucun sens***. De même, il est impossible d'additionner ou de comparer des grandeurs ayant des dimensions différentes.
- Pour les valeurs numériques, on peut utiliser la *notation scientifique*: par exemple, une valeur comme $0.0034m$ s'écrit $3.4 \times 10^{-3}m$.
- **Notation:** on utilise les crochets $[X]$ pour les dimensions d'une grandeur X. Par exemple:

$$[\text{surface}] = L^2 \tag{1}$$

- **Remarque:** certaines grandeurs n'ont pas de dimension mais peuvent néanmoins être exprimées en utilisant des unités sans dimensions (cf. ex. 6 et ex. 10).

2 Exercices à préparer

Attention! Ces exercices **ne** seront **pas** corrigés durant la séance, mais les solutions seront disponibles sur l'UV.

1. A combien de centimètres (cm) correspond $1.84m$? 184
2. Quelles sont les *dimensions* d'une vitesse? LT^{-1}
3. Simplifier au maximum $1000 \times 10 \times (10^{-2})^3$. 10^{-2}

3 Exercices

Les exercices marqués d'une étoile sont à résoudre en priorité.

Analyse Dimensionnelle

Dans ces questions, on demande d'exprimer les dimensions en fonction de nos grandeurs de bases L, T et M.

⋆ 1. Quelles sont les dimensions de l'accélération?

2. Quelles sont les dimensions d'un volume? L^3

⋆ 3. On définit la constante de gravitation universelle G par

$$G = 6.67430 \times 10^{-11} N.m^2.kg^{-2}\,, \tag{2}$$

où le symbole N est défini par $1N = 1kg.m.s^{-2}$.

(a) Quelles sont les dimensions de G?

(b) Quelles sont les dimensions de la combinaison

$$\frac{Gm_1m_2}{R^2}\,, \tag{3}$$

où m_1, m_2 sont des masses et R est une distance?

4. On définit le *débit* d'un tuyau d'arrosage comme le volume d'eau sortant par unité de temps. Quelles sont les dimensions du débit? L^3T^{-1}

Manipulations sur les unités

⋆ 5. Le joueur de football américain Tom Brady mesure 6 pieds et 4 pouces ("6 feet and 4 inches"). En sachant que 1 foot (symbole: ft) = 30.48 cm et 1 inch (symbole: in) = 2.4 cm, exprimer sa taille en centimètres (cm). Que vaut sa taille en utilisant uniquement des pouces ($inches$) ou uniquement des pieds ($feet$)?

6. Une mole (symbole: mol) est une unité sans dimension permettant de manipuler de façon pratique des grands nombres. Par définition, une mole vaut $6.02214076 \times 10^{23}$. Sachant que nous sommes 7.942 milliards d'êtres humains sur Terre, et en supposant que chaque humain contient 10^{14} cellules, combien de moles de cellule d'être humain y a-t-il sur Terre? $n = 1.319 mol$

7. Pour un bloc de volume V et de masse M, on définit sa *densité de masse* par $\rho = M/V$. En supposant que $\rho = 750 kg/m^3$ et $V = 245 cm^3$, que vaut la masse M du bloc? $M = 1.84 \times 10^{-1} kg$

8. La vitesse moyenne de la dérive des continents de $25mm$ par année. Que vaut cette vitesse dans les unités du Système International? $V = 7.93 \times 10^{-10} m/s$

⋆ 9. Le Kelvin (symbole K) est l'unité pour la température dans le Système International. On utilise aussi parfois le degré Celsius (symbole $°C$) ou le degré Fahrenheit (symbole $°F$). Par définition, on peut convertir les degrés Celsius en degrés Fahrenheit ou en Kelvin par les formules:

$$T(°F) = \frac{9}{5}T(°C) + 32\,, \tag{4}$$

$$T(K) = T(°C) + 273,15\,. \tag{5}$$

(a) Que vaut $37°C$ en degré Fahrenheit?

(b) Que vaut $37°C$ en Kelvin?

(c) Inverser la loi de conversion (4) afin d'obtenir la relation permettant de convertir directement des degrés Fahrenheit en degré Celsius.

(d) En combinant (4) et (5), déterminer la relation permettant de convertir directement des degrés Fahrenheit en Kelvin.

(e) La loi de conversion entre Kelvin et degré Celsius respecte-t-elle la règle des proportions?

10. Afin de mesurer des angles, on utilise le degré (symbole: °) (Attention à ne pas confondre avec les unités pour la température!). Par définition, 360° correspond à un tour complet du cercle (c'est donc un exemple de grandeur sans dimension). On utilise également le *radian* (symbole: rad), et par définition:

$$1\,rad = \frac{360°}{2\pi}\,. \tag{6}$$

On définit également les unités suivantes: 1 tour (symbole: tr) vaut 360° et un grade (symbole: gon) vaut 0.9°.

(a) Que valent les angles 45°, 90°, 180°, 270° en radians? Vous pouvez garder le symbole π dans vos réponses. $45° = \frac{\pi}{4}rad, 180° = \pi rad, 270° = \frac{3\pi}{2}rad$

(b) Que vaut $\pi/3\,rad$ en tours? En degrés? En grades? $\frac{\pi}{3}rad = \frac{1}{6}tr = 60° = 66.67gon$

Remarque: dans le cours, et dans la suite des exercices, on omettra d'indiquer rad lorsque l'on manipule des angles exprimés en radiant.