Université Libre de Bruxelles

Année Académique 2024-2025 *PHYS-G1103*

Physique appliquée aux sciences de la Vie - Module I *Antonin Rovai et Vincent Wens*

BA1 en Sciences Biomédicales et Médecine Vétérinaire

Série d'exercice n° 2

Cinmatique en une dimension

Solutions finales des exercices à préparer et des exercices non-étoilés

1 Rappels

- Nous nous intéressons à un point P pouvant se déplacer sur une droite ("monde à une dimension").
- Nous avons introduit la notion de *point de référence*, que nous notons O, et d'un axe des x sur lequel nous repérons le point P par une *coordonnée.* La coordonnée x du point P par rapport à O permet de localiser univoquement la position de P. La coordonnée x peut être positive, négative, ou nulle.
- Les dimensions de x sont celles de *longueur* L.
- Lorsque le point P est en mouvement par rapport à O, la coordonnée x devient une *fonction du temps* t: on note alors $x(t)$.
- **Définition**: la *vitesse moyenne* $v(t_1, t_2)$ pour l'intervalle de temps compris entre t_1 et t_2 est définie par
$$v(t_1, t_2) = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} \, .$$
- Durant le cours, nous avons introduit la notion de *vitesse instantannée v(t)*, et nous avons discuté de la propriété suivante:
- **Propriété**: la vitesse instantannée $v(t)$ est donnée par la *dérivée* de $x(t)$:
$$v(t) = x'(t) \, .$$
- Les dimensions de v sont *longueur par unité de temps*, L/T.
- De façon analogue nous avons introduit l'*accélération instantanée*, notée $a(t)$, qui est telle que
$$a(t) = v'(t) = x''(t) \, .$$
- Les dimensions de a sont *longueur par unité de temps au carré*, L/T^2.
- Les équations pour les *mouvements élémentaires* décrits au cours sont les suivantes:
  1. Le Mouvement Rectiligne Uniforme (MRU): $x(t) = x_0 + v_0 t$,

2. Le Mouvement Rectiligne Uniformément Accéléré (MRUA): $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$,
3. Le Mouvement Harmonique (MH): $x(t) = A \sin(\omega t)$.

Dans ces exemples, les quantités x_0, v_0, a, A et ω sont des *paramètres constants.*

- La constante d'accélération gravitationnelle sur Terre, g, peut être prise égale à $10 m/s^2$.
- **Formules utiles:**

1. On considère l'équation suivante pour l'inconnue x:

$$ax^2 + bx + c = 0\,, \tag{1}$$

où a, b et c sont des constantes. Alors on définit le *discriminant* Δ, par la formule

$$\Delta = b^2 - 4ac\,. \tag{2}$$

Si $\Delta > 0$, alors l'équation (1) possède *deux* solutions que l'on note x_+ et x_- et qui sont données part

$$x_\pm = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}\,. \tag{3}$$

Si $\Delta = 0$, il n'y a qu'une solution, à savoir $-b/2a$.
Si $\Delta < 0$, alors il n'y a pas de solution réelle à l'équation (1).

2. Les dérivées du cosinus et du sinus sont:

$$\text{Si } f(x) = \sin(ax), \text{ alors } f'(x) = a\cos(ax)\,, \tag{4}$$
$$\text{Si } f(x) = \cos(ax), \text{ alors } f'(x) = -a\sin(ax)\,. \tag{5}$$

3. Pour un mouvement périodique de période T, nous pouvons trouver la fréquence ν par la formule

$$\nu = \frac{1}{T}\,. \tag{6}$$

2 Exercices à préparer

Attention! Ces exercices **ne** seront **pas** corrigés durant la séance, mais les solutions seront disponibles sur l'UV.

1. On s'intéresse au mouvement du piston d'une seringue, repéré par le point P. On prend pour point de référence, O, le point occupé par le piston lorsque la seringue est vidée. De plus, nous prenons l'axe des x tel qu'indiqué sur la figure 1. Que vaut le signe (positif ou négatif) de x lorsque la seringue est remplie? $x > 0$

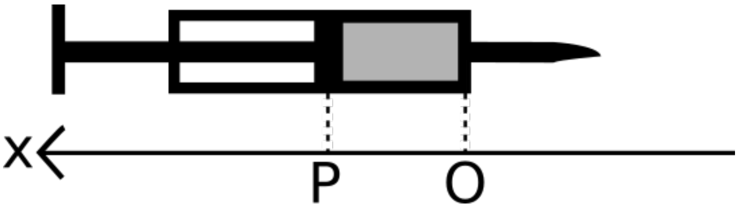

Figure 1: Le point P correspond à la position du piston de la seringue.

2. Même question que ci-dessus, excepté que cette fois nous prenons l'axe des x tel que sur la figure 2. $x < 0$

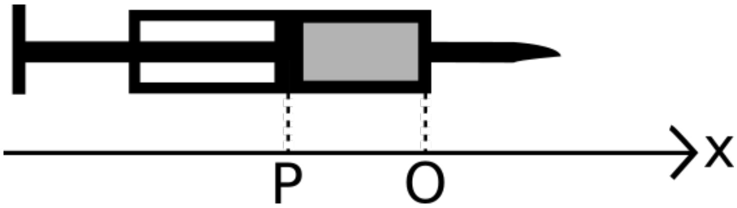

Figure 2: L'axe des x a changé de sens par rapport à la figure 1.

3. Sur une promenade en vélo d'une durée de $5h$, ma vitesse moyenne est de $18km/h$. Combien ai-je parcouru de km? Que vaut ma vitesse moyenne en m/s? $d = 90km$ et $v = 5m/s$

3 Exercices

Les exercices marqués d'une étoile sont à résoudre en priorité.

⋆ 1. Un pousse-seringue est un appareil permettant de déplacer automatiquement le piston d'une seringue. Un tel appareil peut être programmé pour effectuer la séquence suivante:

   i. Phase de bolus: vitesse de 0.3 cm/s, durant 10 secondes;

   ii. Phase d'infusion: vitesse de 0.01 cm/s, durant 100 secondes;

   La seringue effectue la phase de bolus puis enchaîne directement avec la phase d'infusion. Nous utilisons l'origine O et le point P comme sur la figure 3, et l'axe des x est orienté vers la droite sur le schéma. A l'instant $t = 0s$, le point P se trouve au point O.

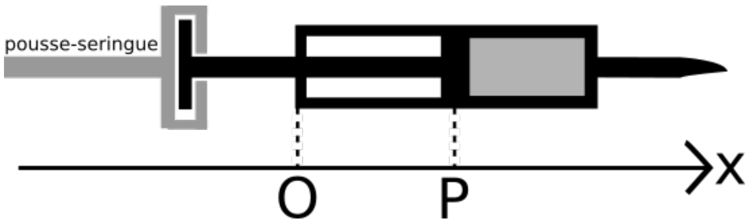

Figure 3: Le point O est pris pour origine, l'axe des x est vers la droite, et le point P représente le bout du piston.

   (a) Sur un graphique avec x en ordonnée et le temps t en abscisse, représenter la trajectoire du point P.

   (b) Quelle est la distance totale parcourue à la fin du bolus?

   (c) Quelle est la distance totale parcourue à la fin de l'infusion?

   (d) Quelle est la vitesse moyenne sur toute la trajectoire?

   (e) Ecrire l'équation de droite décrivant le mouvement du point P dans la seconde phase d'injection.

   Suivant un autre protocole d'injection, on injecte un patient avec le même pousse-seringue mais avec une seule phase d'infusion (pas de bolus), avec une vitesse de $0.06 cm/s$, et ce durant 5 minutes.

   (f) Représenter le mouvement du point P dans chacun des protocoles sur le même graphique.

   (g) A quel instant la même quantité de produit est injectée suivant les deux protocoles? Résoudre graphiquement et algébriquement cette question.

2. Une fusée d'essai est lancée à la verticale, à partir du sol, avec une accélération constante de 50 m/s^2. Elle épuise son carburant après 4 s. En négligeant la résistance de l'air, on demande de calculer:

   (a) la hauteur de la fusée lorsque le moteur s'arrête, $400 m/s$

   (b) la hauteur maximale atteinte, $2400 m$

   (c) la durée totale du vol. $45.91 s$

⋆ 3. Une pierre est lâchée sans vitesse initiale du sommet d'un immeuble de 30 m de hauteur. Une demi-seconde plus tard, une seconde pierre est jetée verticalement vers le bas avec une vitesse de 20 m/s. A quelle hauteur, par rapport à la base de l'immeuble, la seconde pierre rattrape-t-elle la première ?

$\star$ 4. Le diaphragme est un muscle jouant un rôle fondamental dans la respiration des mammifères. De façon très approximative, la position du diaphragme au cours de la respiration peut être représenté par une sinusoïde.

On dénote par P la position du diaphragme. On choisit de décrire son mouvement par rapport à sa position moyenne. Durant une respiration, le point P est donc tantôt en dessous de O, tantôt au dessus. On modélise alors la coordonnée $x(t)$ par la formule:

$$x(t) = A \sin(2\pi\nu t)\,,$$

où A et ν sont des nombres positifs.

(a) Quelles sont les dimensions de A?

(b) Quelles sont les dimensions de ν?

(c) Quelles sont les interprétations physiques de ces deux paramètres? Donner des valeurs numériques qui vous semblent réalistes.

(d) Représenter sur un graphe la trajectoire $x(t)$.

(e) Quelle est la vitesse instantanée $v(t)$ au cours du temps?

(f) Quelle est l'accélération instantanée $a(t)$ au cours du temps?

(g) Représenter la vitesse et l'accélération sur le graphe de la position au cours du temps.

(h) A quels instants la vitesse est-elle nulle? Quelles sont les positions du diaphragme à ces instants?

(i) Même question pour la vitesse maximale.

(j) A quels instants l'accélération est-elle nulle? Quelle est la position du diaphragme à ces instants?