Université Libre de Bruxelles

Année Académique 2024-2025 — *PHYS-G1103*

Physique appliquée aux sciences de la Vie - Module I — *Antonin Rovai et Vincent Wens*

BA1 en Sciences Biomédicales et Médecine Vétérinaire

Série d'exercice n° 6

Forces: Applications Dynamiques

Solutions finales des exercices à préparer et des exercices non-étoilés

1 Rappels

- On poursuit l'étude de la relation fondamentale de la dynamique ($\vec{F} = m\vec{a}$), cette fois dans les cas où les corps *ne sont plus au repos*.
- La ***force de frottement dynamique*** (parfois appelée *force de frottement cinétique*; notation: $\vec{F}_\mathrm{d}$) est une force exercée par une surface sur un corps en déplacement et en contact avec la surface. Elle est toujours dirigée dans le sens *opposé* à la vitesse $\vec{v}$ du corps. Le modèle pour la norme F_d est
$$F_\mathrm{d} = \mu_\mathrm{d} N \,, \tag{1}$$
où μ_d est un nombre positif et sans dimension, appelé le coefficient de *frottement dynamique* (ou *cinétique*) et N est la norme de la force normale.
- Pour un Mouvement Circulaire Uniforme centré en O, en notant ω la vitesse angulaire et $\vec{r}(t)$ la position au cours du temps, nous avons la formule suivante pour l'accélération $\vec{a}(t)$:
$$\vec{a}(t) = -\omega^2 \vec{r}(t) \,. \tag{2}$$
- Le Mouvement Harmonique à une dimension est donné par
$$x(t) = A\cos(\omega t + \theta_0) \,, \tag{3}$$
où A est l'amplitude du mouvement, ω est la fréquence angulaire et θ_0 est la phase. Pour cette trajectoire, nous avons la propriété suivante pour son accélération $a(t)$:
$$a(t) = -\omega^2 x(t) \,. \tag{4}$$
Dans le cas particulier d'une masse m attachée à un ressort de constante k, le mouvement est donné par (3), avec la fréquence angulaire ω telle que
$$\omega^2 = \frac{k}{m} \cdot \tag{5}$$
- Pour un mouvement périodique de période T, nous pouvons trouver la fréquence ν ainsi que la fréquence angulaire ω par les formules:
$$\nu = \frac{1}{T} \,, \qquad T = \frac{2\pi \; rad}{|\omega|} \cdot \tag{6}$$

- Les formules pour la position $x(t)$ et la vitesse $v(t)$ dans le cas du le MRUA en une dimension sont
$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \,, \qquad\qquad v(t) = v_0 + a t \,, \tag{7}$$
où x_0 et v_0 sont des paramètres fixés par les conditions initiales du problème et a est une constante réelle.

- **Définition:** pour la force de rappel $\vec{R} = -k\overrightarrow{P_0P}$ d'un ressort, on définit l'*élongation* e de la façon suivante: si le ressort est étiré, alors e vaut la norme de $\overrightarrow{P_0P}$, et si le ressort est comprimé, e vaut *moins* la norme de $\overrightarrow{P_0P}$:
$$\text{Ressort étiré: } e = ||\overrightarrow{P_0P}|| \,, \tag{8}$$
$$\text{Ressort comprimé: } e = -||\overrightarrow{P_0P}|| \,. \tag{9}$$

2 Exercices à préparer

Attention! Ces exercices **ne** seront **pas** corrigés durant la séance, mais les solutions seront disponibles sur l'UV.

1. Si une masse en P décrit un Mouvement Circulaire Uniforme autour d'un point O, que pouvez-vous dire de la direction de la force totale agissant sur P? Toujours orienté vers le point O

2. Si un corps a une vitesse $\vec{v}$ constante et non-nulle, que pouvez-vous dire de la force totale s'exerçant sur ce corps? $\vec{F} = \vec{0}$

3. Vrai ou faux? La fréquence d'oscillation d'une masse attachée à un ressort augmente si la masse augmente. Faux

3 Exercices

Les exercices marqués d'une étoile sont à résoudre en priorité.

⋆ 1. Un bloc de masse $m = 11kg$ est posé sur le sol. A partir de $t = 0s$, le bloc est poussé parallèlement au sol et durant 15 secondes, pour qu'il atteigne une vitesse finale de norme égale à $30m/s$. On note $\vec{F}_{\text{ext}}$ la force responsable de cette poussée, voir figure 1, et on suppose que le coefficient de frottement dynamique vaut $\mu_{\text{d}} = 0.42$.

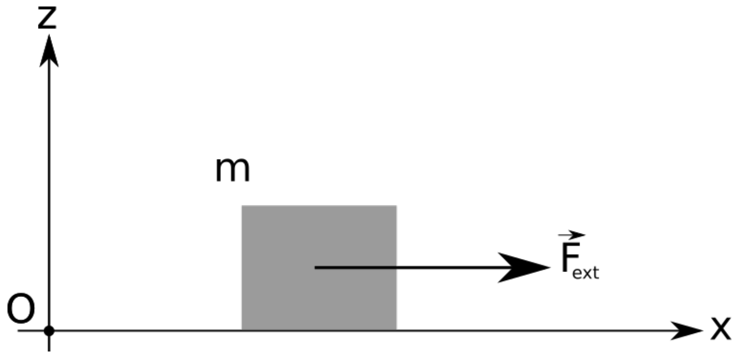

Figure 1: Une force extérieure $\vec{F}_{\text{ext}}$ déplace un bloc posé sur le sol.

a. Compléter la figure 1 en dessinant les forces autres que $\vec{F}_{\text{ext}}$ agissant sur le bloc.

b. Décomposer les forces $\vec{F}_{\text{ext}}$, $\vec{P}$, $\vec{N}$ et $\vec{F}_{\text{d}}$ dans le système d'axe Oxz en fonction de leur norme.

c. En supposant que la norme de $\vec{F}_{\text{ext}}$ est constante dans le temps, déterminer sa valeur numérique.

2. On considère une masse m attachée à un ressort de constante de rappel k. Le ressort est fixé en O à son autre extrêmité, et O est immobile. Le point P, où la masse est attachée, décrit un mouvement circulaire uniforme de rayon R et vitesse angulaire $\omega > 0$. Le mouvement a lieu dans le plan Oxy, et on néglige les effets de la gravitation dans cet exercice.

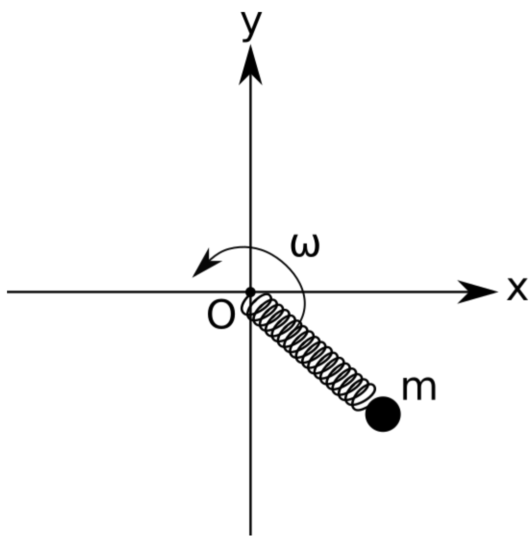

Figure 2: Une masse attachée à un ressort décrit un MCU.

a. Représenter sur la figure 2 la force s'exerçant sur m.

b. En notant ω la vitesse angulaire de ce MCU, utiliser la relation fondamentale de la dynamique pour déterminer la valeur de ω en fonction de m, k et de l'élongation e du ressort. $\omega = \sqrt{\frac{ke}{mR}}$

⋆ 3. Un bloc de masse m glisse sur un plan incliné, l'angle avec l'horizontale étant noté θ. Le coefficient de frottement dynamique μ_d est supposé quelconque à ce stade. On suppose que $\vec{v}$ est constante, excepté à la dernière sous-question. On utilise dans cette question le système d'axes incliné avec Ox parallèle au plan incliné, voir figure 3.

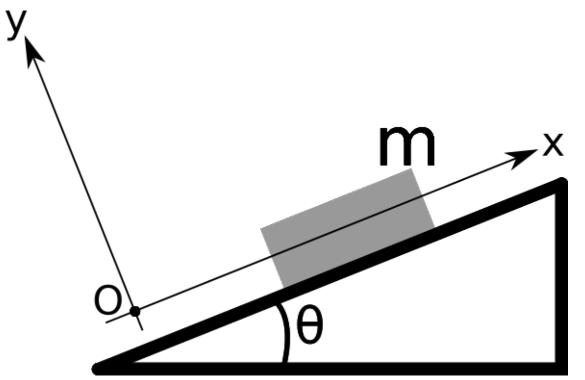

Figure 3: Un bloc, considéré comme un corps ponctuel, glisse avec frottements sur un plan incliné.

a. Représenter les forces $\vec{P}$, $\vec{N}$ et $\vec{F}_\mathrm{d}$ sur la figure 3.

b. Décomposer ces forces en utilisant le système d'axe Oxy.

c. Que vaut l'accélération $\vec{a}$ de ce bloc?

d. En utilisant la loi fondamentale de la dynamique, montrer que le coefficient de frottement dynamique doit nécessairement être égal à $\tan\theta$ pour que cette configuration soit cohérente.

e. On suppose à présent que l'accélération $\vec{a}$ est non-nulle. Dans quel sens est-elle dirigée si $\mu_\mathrm{d} > \tan\theta$?

4. Si nous sommes dans l'espace, par exemple dans la station spatiale internationnale, il est impossible de mesurer une masse en utilisant une balance de cuisine de la façon habituelle. Le but de cet exercice est d'établir une méthode qui permet de mesurer une masse en utilisant un ressort.
Soit m une masse attachée à un ressort. On néglige les effets de la gravitation, et le mouvement a lieu uniquement dans une direction (nous utilisons l'axe Ox comme sur la figure 4). Le point O est fixe, on note P_0 la position d'équilibre du ressort et k la constante de rappel. On note de plus e l'élongation du ressort, que nous prenons comme positive si P est à la droite de P_0 et négative sinon.

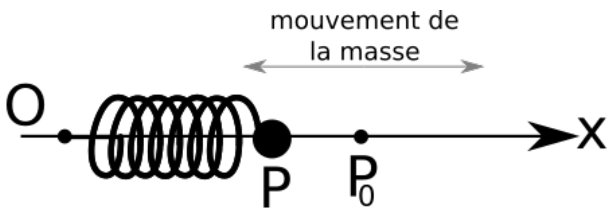

Figure 4: Une masse m attachée à un ressort k. Sur cette représentation, le ressort est comprimé.

a. Que vaut la force totale $\vec{R}$ exercée sur la masse, en fonction de k et e? $R = -ke$

b. Représenter $\vec{R}$ sur la figure 4. Que vaut le signe de e? (vers la droite sur le dessin), $e < 0$

c. La trajectoire $x(t)$ du point P est donnée en toute généralité par

$$x(t) = A \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \theta_0\right) . \tag{10}$$

On suppose dans la suite que $\theta_0 = \pi/2$. De plus, on impose qu'en $t = 0$ l'élongation est de $e_0 = 5cm$. Que vaut A? Donner la valeur numérique. $A = e_0 = 5cm$

d. On détermine expérimentalement que la masse inconnue fait 10 aller-retours en 6 secondes. En supposant que $k = 1000N/m$, que vaut la masse attachée au ressort? Donner également la relation symbolique qui permet de calculer m en fonction de la période T et la constante de rappel k. $m = \frac{T^2 k}{4\pi^2} = 9.12kg$