

BA1 en Sciences Biomédicales et Médecine Vétérinaire

Série d'exercice n° 11

HYDROSTATIQUE

1 Rappels

- La mécanique des fluides décrit les propriétés des milieux continus tels que l'eau ou l'air. Ce sont des *fluides*, c'est-à-dire qu'ils ont tendance à occuper tout l'espace disponible de leur contenant.
- En *hydrostatique* on se focalise sur les fluides au repos.
- La *masse volumique* ρ est définie par

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (1)$$

où m est la masse du fluide et V le volume occupé par ce dernier.

- Lorsqu'un fluide est placé dans un contenant, il exerce une force sur les parois de ce dernier: c'est la *force de pression* \vec{f}_p .
- En un point donné de la paroi, cette force est toujours orientée perpendiculairement à la paroi et dirigée vers l'extérieur du contenant.
- Si on note A l'aire de la paroi, alors on définit la *pression*, p , par le rapport:

$$p = \frac{f_p}{A}, \quad (2)$$

où f_p est la norme de \vec{f}_p .

- Les dimensions de p sont: $ML^{-1}T^{-2}$.
- L'unité dans le Système International pour la pression est le *Pascal* (symbole: Pa). Par définition,

$$1 Pa = 1 kg.m^{-1}.s^{-2}. \quad (3)$$

- En général, la masse volumique ρ dépend de la pression. Lorsque ce n'est pas le cas, on dit que le fluide est *incompressible*.
- La pression de l'air, à la température de 15° et au niveau de la mer, vaut

$$p_{atm} = 101325 Pa. \quad (4)$$

Dans ce cours, on arrondit cette valeur à $p_{atm} = 10^5 Pa$.

- La valeur de p_{atm} est utilisée pour définir une autre unité pour la pression: l'atmosphère (symbole: atm) est défini par $1 atm = 101325 Pa$.
- La masse volumique de l'eau lorsque la pression vaut $1 atm$ est notée ρ_0 et vaut

$$\rho_0 = 997 kg.m^{-3}. \quad (5)$$

Dans ce cours, on arrondit cette valeur à $\rho_0 = 1000 kg.m^{-3}$.

- En très bonne approximation, l'eau est un fluide incompressible: il faut augmenter la pression à $224 atm$ afin d'augmenter sa masse volumique de 1% par rapport à sa valeur (5).
- Afin de calculer la pression dans un fluide incompressible au repos, nous pouvons utiliser la *loi de Pascal*: pour P_1 et P_2 deux points dans le fluide, la différence de pression $\Delta p = p_2 - p_1$ vaut

$$\Delta p = \rho \vec{g} \cdot \overrightarrow{P_1 P_2}, \quad (6)$$

où \vec{g} est la vecteur d'accélération gravitationnelle et ρ est la masse volumique du fluide.

- Lorsqu'un corps solide est immergé (totalement ou partiellement) dans l'eau, la force totale de pression exercée sur le solide est appelée la *force d'Archimède* et est notée \vec{A} ; elle est donnée par

$$\vec{A} = -\rho V_i \vec{g}, \quad (7)$$

où V_i est le volume immergé du solide et ρ est la masse volumique du fluide.

2 Exercices à préparer

Attention! Ces exercices **ne** seront **pas** corrigés durant la séance, mais les solutions seront disponibles sur l'UV.

1. Que vaut la pression correspondant à un fluide exerçant une force de $150N$ sur une surface d'aire $10cm^2$? Exprimer votre résultat dans les unités du SI.
2. A quelle profondeur devons-nous plonger dans l'océan afin d'atteindre une pression de $224 atm$? On prend ρ_0 pour la masse volumique de l'eau de mer.

3 Exercices

Les exercices marqués d'une étoile sont à résoudre en priorité.

- ★ 1. On considère une bassine remplie d'eau dans laquelle deux blocs sont liés par une corde. Le bloc 1 a un volume $V_1 = 300\text{cm}^3$ et une masse volumique $\rho_1 = 90\text{kg/m}^3$ et le bloc 2 a un volume $V_2 = 400\text{cm}^3$ et une masse volumique $\rho_2 = 700\text{kg/m}^3$. Les deux blocs, moins denses que l'eau, ont tendance à flotter, mais le bloc 2 est attaché au fond de la bassine par une chaîne. Voir figure 1 pour un récapitulatif.

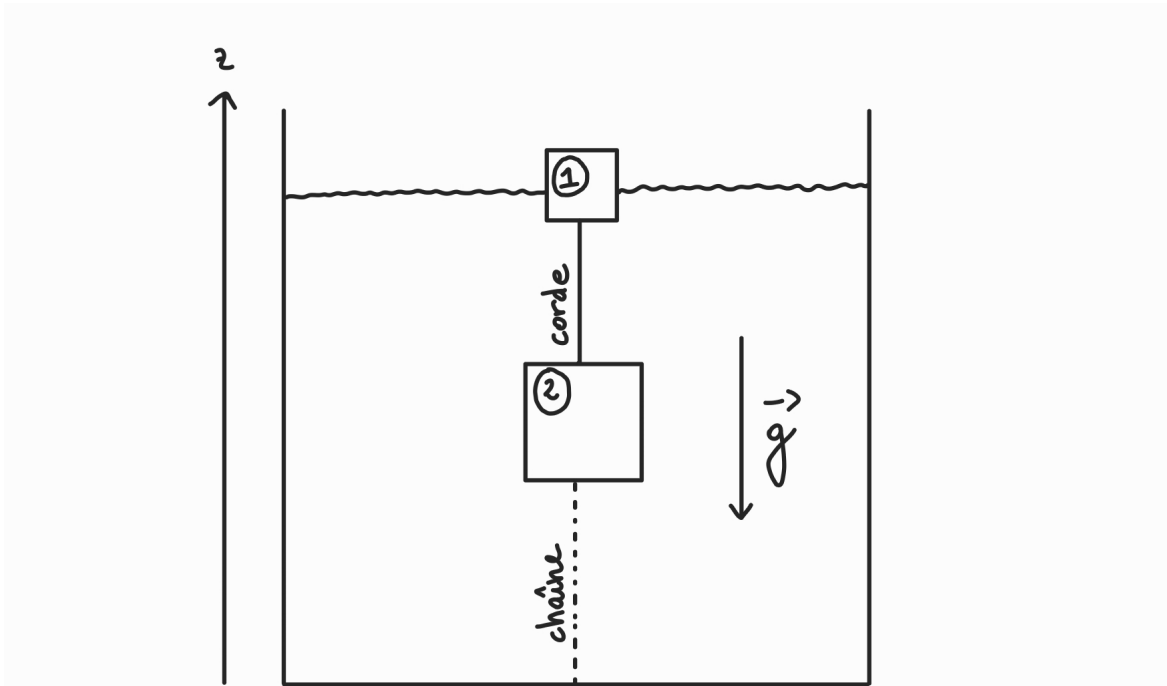


Figure 1: Deux blocs sont attachés ensemble par une corde tendue dans une bassine. Le bloc du dessous est attaché par une chaîne au fond de la bassine. Nous prenons l'axe des z comme indiqué sur la figure.

On suppose pour l'instant que 15% du volume du bloc 1 est immergé dans l'eau, que le bloc 2 est totalement immergé que la corde et la chaîne sont tendues et que le système est à l'équilibre. On néglige de plus la masse de la corde ainsi que la masse de la chaîne.

- Calculer les masses M_1 et M_2 des blocs 1 et 2.
- Quelle est la tension T_{corde} dans la corde?
- Quelle est la tension T_{ch} dans la chaîne?

On augmente maintenant progressivement le niveau de l'eau dans la bassine. On suppose de plus que la chaîne se brise si sa tension excède 500N tandis que la tension de la corde ne peut dépasser 150N sans se rompre.

- Peut-on complètement immerger le bloc 1 sans briser la chaîne et sans rompre la corde? Si oui, démontrer pourquoi. Si non, déterminer laquelle des deux cède en premier, et à quelle valeur du volume immergé du bloc 1 la rupture a lieu.

- On considère une bassine dont l'aire du fond est A et les bords, verticaux, ont une hauteur H . La bassine est remplie d'eau jusqu'à une hauteur h , h étant plus petit que H , et on note p_{atm} la pression atmosphérique. Voir figure 2.

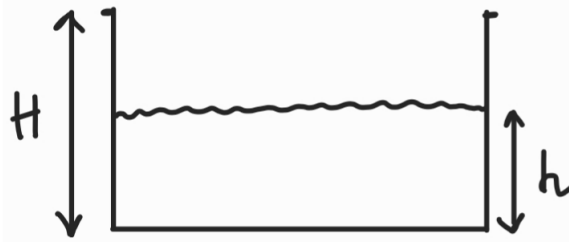


Figure 2: Une bassine partiellement remplie d'eau.

- (a) Quelle est la pression p au fond de la bassine?
- (b) Quelle est la force de pression f_p exercée par l'eau sur le fond de la bassine en fonction A et h ?

On ajoute maintenant un petit bloc de masse M et de volume V dans la bassine, voir figure 3. On note Δh l'augmentation de la hauteur du niveau de l'eau dans la bassine. Le niveau d'eau est donc maintenant à $h + \Delta h$.

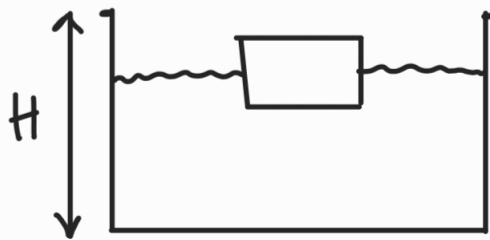


Figure 3: On ajoute un bloc dans la bassine.

- (c) A quelle condition sur M le bloc flotte-t-il?
 - (d) Quelle est la force de pression f'_p exercée par l'eau sur le fond de la bassine? Exprimez votre réponse en fonction la pression p que l'on avait avant d'ajouter le bloc.
 - (e) En calculant la pression p' au fond de la bassine, déterminer la valeur de l'augmentation de la hauteur d'eau Δh en fonction de M , A et la masse volumique de l'eau.
- ★ 3. On considère un vase en forme de "U" dans lequel on place deux liquides incompressibles, chacun dans une colonne du vase. Les liquides sont de masse volumique ρ_1 et ρ_2 différentes et sont non-miscibles, c'est-à-dire qu'ils ne se mélangent pas. Les deux colonnes du vase sont ouvertes à l'air libre, et on note h_1 et h_2 les hauteurs des liquides. On suppose que $\rho_2 > \rho_1$. Voir figure 4 pour un récapitulatif.

Le point A se trouve à la surface du liquide de gauche, le point B se trouve dans le liquide de gauche au point le plus bas de la colonne de gauche et le point C se trouve dans le liquide de droite au point le plus bas de la colonne de droite. Le fond du vase étant horizontal, les points B et C sont à la même hauteur.

- (a) Que vaut la pression p_A au point A ?
- (b) Que vaut la pression p_B au point B ? Exprimez votre réponse en terme de ρ_1 et h_1 .
- (c) Que vaut la pression p_C au point C ? Exprimez votre réponse en terme de ρ_2 et h_2 .

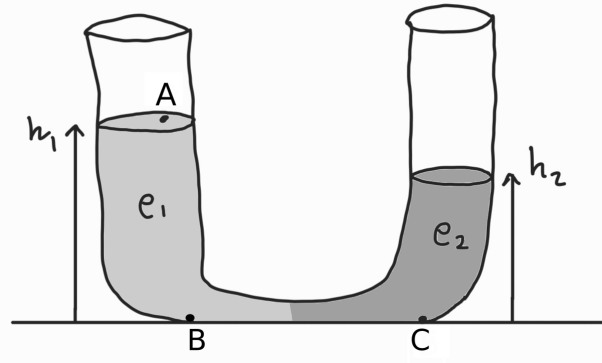


Figure 4: Un vase rempli avec deux liquides de masses volumiques différentes.

- (d) En utilisant la loi de Pascal pour les points appropriés, montrer que l'on peut calculer le rapport des masses volumiques ρ_1/ρ_2 à l'aide de h_1 et h_2 .
- (e) Application numérique: calculer ρ_2 en supposant que $\rho_1 = 1000\text{kg/m}^3$, $h_1 = 12\text{cm}$ et $h_2 = 6\text{cm}$.