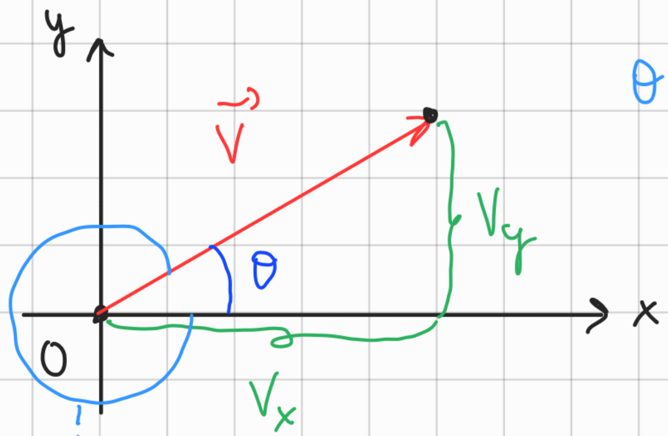
(Suite notions de base sur les vecteurs)

<u>Rappel</u> : $\vec{V} = (V_x, V_y)$

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$



θ: angle entre $\vec{V}$ et Ox, pris* dans le sens trigonométrique (= anti-horlogique).
* en partant de Ox !

---> dans le sens horlogique. $(= 2\pi - \theta)$

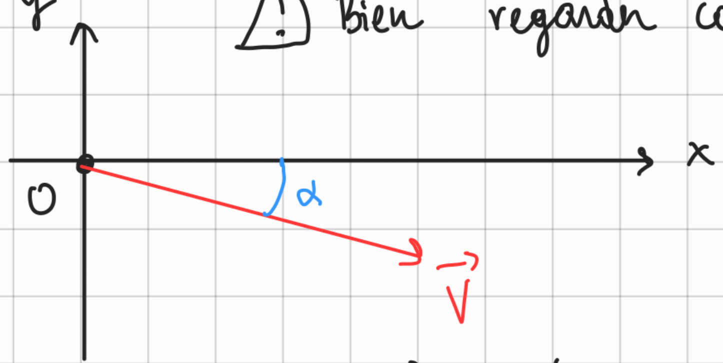
$V_x = V \cos\theta$ $\qquad$ $V_y = V \sin\theta$ $\qquad$ (trigono).

(⚠ V = norme de $\vec{V} = \|\vec{V}\|$).

$$\Rightarrow \vec{V} = V \underbrace{(\cos\theta, \sin\theta)}$$

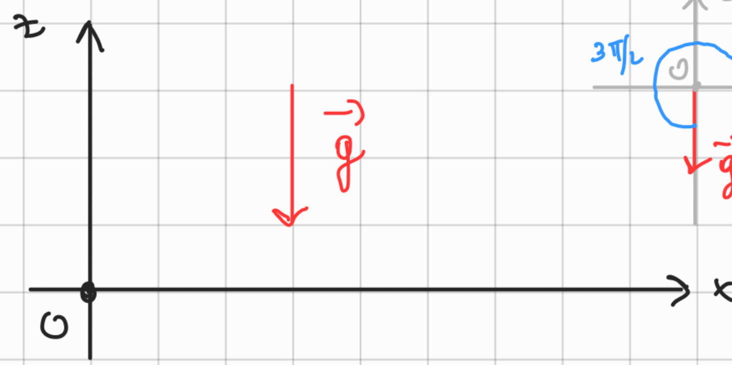
vecteur, de norme 1, qui pointe dans la direction de $\vec{V}$.

⚠ Bien regarder comment est choisi l'angle !



Dans ce cas, $\vec{V} = V\left(\cos\alpha, -\sin\alpha\right)$

Exemple : Vecteur d'accélération gravitationnelle



$$\vec{g} = (0, -g) \quad \text{où} \quad g = 10 \, m/s^2 .$$

$$= g\left(\cos\alpha, -\sin\alpha\right) \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$= g(0, -1) = (0, -g).$$

$$= g\left(\cos\theta, \sin\theta\right) \quad \text{avec} \quad \theta = \frac{3\pi}{2}$$

A. Cinématique : généralisation à 2 dimensions.

O : point de réf. ; P : point d'intérêt

$\vec{OP}(t) = (x(t), y(t))$ = "vecteur position" = $\vec{r}(t)$

notation

Vitesse : $\vec{v}(t) = \dfrac{d\vec{r}(t)}{dt} = \left(x'(t), y'(t)\right)$

("Dérivation composante par composante").

Accélération : $\vec{a}(t) = \dfrac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} = \left(x''(t),\ y''(t)\right)$

B. Exemple 1 : le Mouvement Uniformément Accéléré (MUA).

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}\, t^2$$

variable

paramètres

$[\vec{r}_0] = L \qquad [\vec{v}_0] = LT^{-1} \qquad [\vec{g}] = LT^{-2}$

Interprétation des paramètres ?

* $\vec{r}_0$: position initiale, car $\vec{r}(t=0) = \vec{r}_0$.
  ex. : $\vec{r}_0 = (0 ; 180\,\text{cm})$.
  $\cancel{\vec{r}_0 = 0{,}142\ \mathring{A}}$.

* $\vec{v}_0$? Calculons la vitesse en fonction du temps :

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}\,t$$

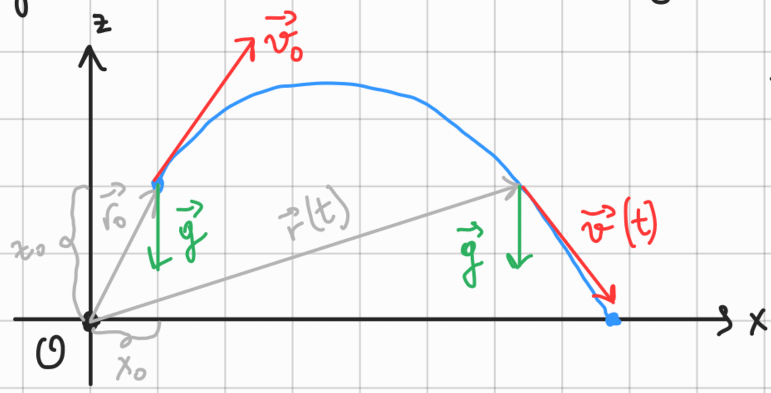
Donc : si on regarde en $t=0$, on trouve :

$$\vec{v}(0) = \vec{v}_0 \quad \text{"vitesse initiale".}$$

* $\vec{g}$? Calculons $\vec{a}(t)$: $\vec{a}(t) = \vec{g} = \overrightarrow{\text{cste}}$!
  (vecteur constant).

Conclusion : pour un MUA, le vecteur accélération est constant.

Regardons ceci dans un système d'axe Oxz :



$\vec{r}_0 = (x_0, z_0)$

$\vec{v}_0 = (v_{0x}, v_{0z})$

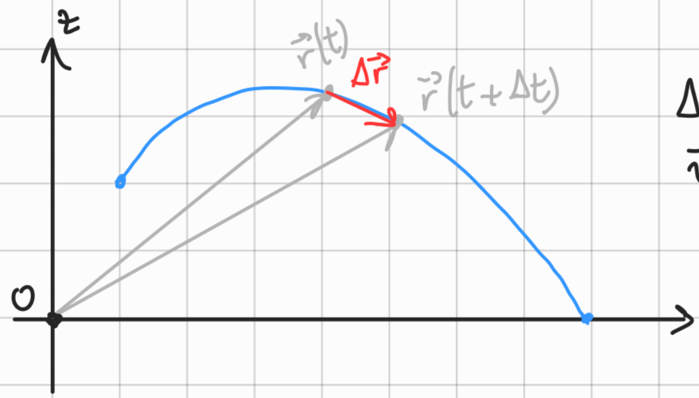
$\vec{g} = (0, -g)$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}\, t^2$$

$$= (x_0, z_0) + (v_{0x}, v_{0z})t + \frac{1}{2}(0, -g)\, t^2$$

$$= \left(x_0 + v_{0x} t + 0,\ z_0 + v_{0z} t - \frac{1}{2} g t^2\right)$$

$\Rightarrow \quad x(t) = x_0 + v_{0x} t \quad$ et $\quad z(t) = z_0 + v_{0z} t - \frac{1}{2} g t^2$



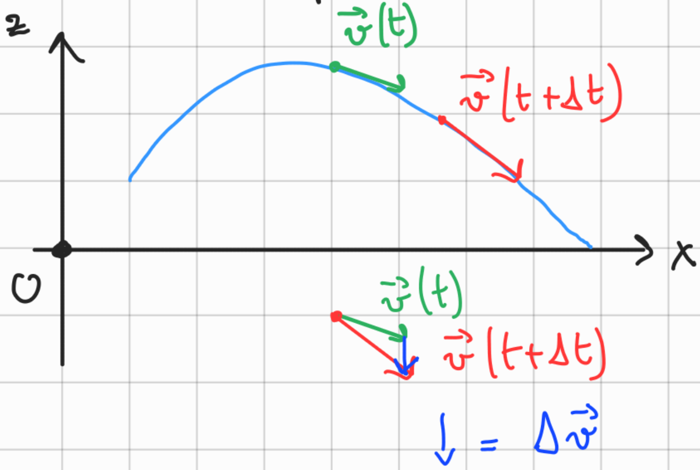
$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$

$\vec{v} \simeq \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$.

$$\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}, \frac{\Delta z}{\Delta t}\right) \qquad \Delta\vec{r} = (\Delta x, \Delta z)$$

Le vecteur $\Delta\vec{r}$ est, pour Δt petit, tangent à la trajectoire. Par conséquent, la $\vec{v}$ est toujours tangente à la trajectoire également.

Qu'en est-il pour l'accélération ?



$\Delta \vec{v} = \vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)$

$\Rightarrow \vec{v}(t+\Delta t) = \vec{v}(t) + \Delta \vec{v}$

Si Δt est petit, on a $\vec{a} = \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$. Donc $\vec{a}$ est bien dirigée vers le bas.