Chapitre II : LA DYNAMIQUE

1. Introduction

Rappel : cinématique = étude des mouvements

"Origine" de ces mouvements ? "Cause" de ces mouvements ?

$\Rightarrow$ nous allons devoir modéliser les interactions entre le corps et son environnement.

1. Déterminer les interactions présentes
2. Les modéliser
3. Faire une prédiction sur la trajectoire du corps.

$\Rightarrow$ le programme de la Dynamique.

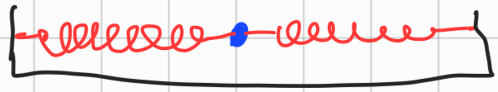
Newton : compréhension quantitative de la relation entre les interactions et la cinématique.

Exemples :

1). Corps lancé en l'air.
- gravitation $\rightarrow$ interaction avec la Terre

- frottements → avec l'air.
- interaction avec la lumière dans la pièce ... ?

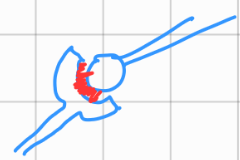
2). Masse attachée à des ressorts déformés :



→ interactions avec les 2 ressorts.

3). Tension : interaction entre une masse et une corde tendue.

4). Frottements : friction entre deux os dans une articulation



Pour toutes ces interactions, nous aurons besoin de modèles.

Idée : mathématiquement, chaque interaction est représentée par un vecteur.
Ce vecteur est appelé la FORCE.

2. La relation fondamentale de la dynamique.

Pour un corps de masse m :

a). La Force totale $\vec{F}$ = somme vectorielle de toutes les forces qui s'exercent m m.

b). L'accélération $\vec{a}$ du corps est telle que

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$$

Dimension : $[\vec{F}] = MLT^{-2}$
Unité SI : $kg\,m\,s^{-2} = N$ (Newton).

Peut-on vérifier expérimentalement cette relation ?
Remarquons que comme $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on a, en bonne approximation :

$$\vec{F} \simeq m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

(Ceci est valable pour Δt "petit")

EXP $\quad v_{initiale} = 0 \qquad v_{finale} = \Delta v$

Mesure de Δv et Δt pour des valeurs de m différentes :

$m = m_0 + n\Delta m$	Δt	Δv	$\Delta v/\Delta t$	$m\,\Delta v/\Delta t$
$n=0 \Rightarrow m = m_0 = 112g$	0.194s	2.11m/s	10.9 m/s²	1.22 N
$n=1 \Rightarrow m = m_0+\Delta m = 132g$	0.216s	2.00m/s	9.3 m/s²	1.23 N
$n=2 \Rightarrow m = 152g$	0.240s	1.74 m/s	7.3 m/s²	1.11 N
$n=3 \Rightarrow m = 172g$	0.262s	1.67m/s	6.4 m/s²	1.10 N

$\Rightarrow m\frac{\Delta v}{\Delta t}$ ne varie pas significativement : cohérent avec $\vec{F} = m\vec{a}$!

Question : supposons que nous avons déterminé, grâce à $\vec{F} = m\vec{a}$, l'accélération.

$$\vec{a}(t) \longrightarrow \vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t)\, dt$$

[Comment déterminer la trajectoire ?]

$$\vec{v}(t) \longrightarrow \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t)\, dt$$

où $\vec{r}(t_0) = \vec{r}_0$, et $\vec{v}(t_0) = \vec{v}_0$.
$\vec{r}_0$ et $\vec{v}_0$ sont appelées les conditions initiales.

$\Rightarrow$ Pour une trajectoire, on peut choisir* $\vec{r}_0$ et $\vec{v}_0$ (*expérimentalement). En revanche, on ne peut pas choisir l'accélération sans modifier les interactions avec l'environnement.

Cas particuliers :

1). MRU : $\vec{F} = \vec{0}$. "Statique des forces".
$\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \dots \Rightarrow \dots \Rightarrow \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 (t - t_0)$.

2). MRUA : $\vec{a} = \vec{g}$ (= vecteur constant).

$$\Rightarrow \dots \Rightarrow \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 (t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_0)^2$$

3. Premières Applications

A. Corps ponctuel en chute libre

Interaction : gravitation. [Frottements : négligés].
Localement, nous pouvons estimer la force du poid $\vec{P}$ par la formule :

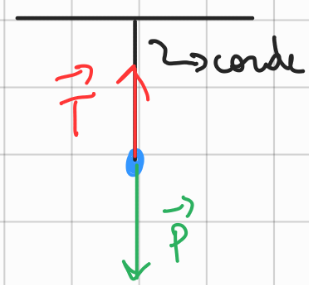
$$\vec{P} = m\vec{g}$$ (Modèle)

Particularité : $\vec{P}$ est proportionnel à m.
Conséquence : si $\vec{P}$ est la seule force qui s'exerce sur m ("chute libre"), alors

$$\vec{a} = \vec{g}.$$

Nous, on prend toujours $\|\vec{g}\| = g = 10\ m/s^2$

B. Masse suspendue par une corde au plafond

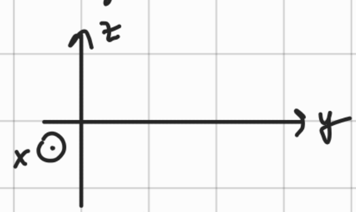


Représentation de $\vec{T}$ possible uniquement après avoir résolu $\vec{F} = \vec{0}$!

Si la masse est immobile, $\vec{a} = \vec{0}$. Donc, par $\vec{F} = m\vec{a}$, $\vec{F} = \vec{0}$. On doit donc avoir

$$\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}.$$

Si on prend un système d'axes $Oxyz$:



$\Rightarrow$ on décompose $\vec{P} = (0, 0, -mg)$
$\vec{T} = (T_x, T_y, T_z)$

Que valent les composantes T_x, T_y et T_z ?

$$\vec{T}+\vec{P}=\vec{0} \Rightarrow \begin{cases} T_x + 0 = 0 \\ T_y + 0 = 0 \\ T_z - mg = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T_x = 0 \\ T_y = 0 \\ T_z = mg. \end{cases}$$

$$\vec{T} = -\vec{P} = -(0,0,-mg) = (0,0,mg)$$

$$\Rightarrow \vec{T} = (0, 0, mg) \qquad \uparrow \vec{T}.$$

$\|\vec{T}\| = T$ = "tension dans la corde".

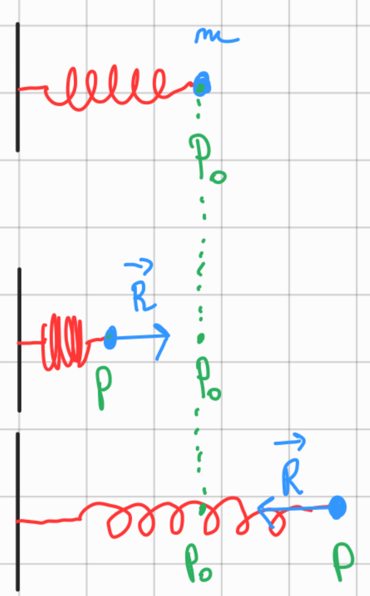
Pour une corde réaliste, il existe une tension critique, T_c, au-delà de laquelle la corde se brise. Dans notre exemple : la masse maximale m_{max} vaut : T_c/g. En effet :

On veut $T \leq T_c$ mais $T = mg$, donc

$$mg \leq T_c \Rightarrow m \leq \frac{T_c}{g} = m_{max}.$$

C. Ressort et la loi de Hoocke.

<u>But</u> : décrire l'interaction entre une masse m et un ressort :



position d'équilibre P_0.

$\Rightarrow$ aucune force

ressort comprimé

ressort étiré

$\vec{R}$ = "force de rappel"

Modèle (loi de Hoocke) : $\vec{R} = -k\,\overrightarrow{P_0P} = k\,\overrightarrow{PP_0}$

où k est une constante positive appelée "la constante de rappel" :

$$[k] = \frac{[force]}{L} = M\,T^{-2}$$

SI : $N/m = kg\,s^{-2}$.

$k \nearrow \Rightarrow$ ressort "dur"

$k \searrow \Rightarrow$ ressort "mou".