2. Quantité de mouvement (Impulsion)

A. Définition et relation avec la force

Pour un corps de masse m et de vitesse $\vec{v}$, on définit l'impulsion $\vec{p}$:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

$[\vec{p}] = MLT^{-1}$ SI: $1\,\mathrm{kg\,m\,s^{-1}}$

Conséquence : par $\vec{F} = m\vec{a}$, on trouve

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

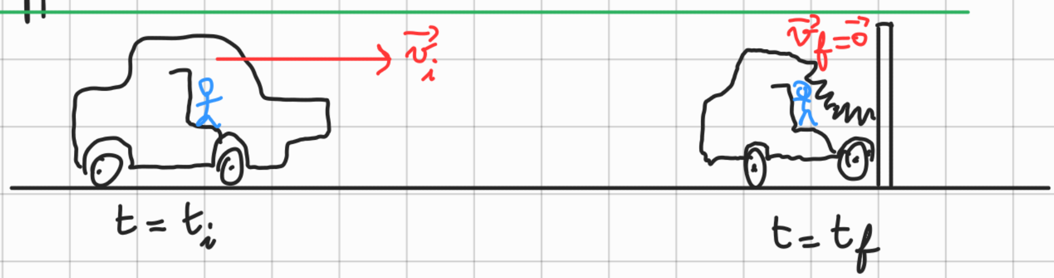
On a donc

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,dt = \vec{p}(t_2) - \vec{p}(t_1) = \Delta\vec{p}.$$

Pour Δt petit, ceci est équivalent à :

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \iff \Delta t\,\vec{F} = \Delta\vec{p}$$

Application : la ceinture de sécurité.

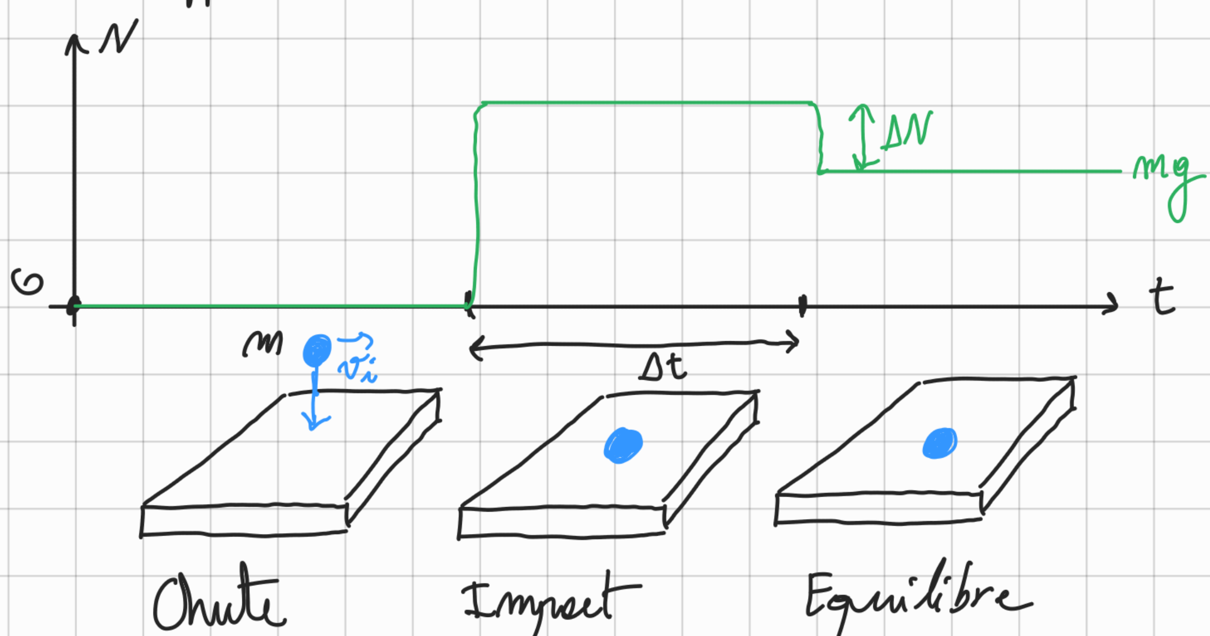


On note $\begin{cases} \Delta t_{avec} \\ \Delta t_{sans} \end{cases}$ l'intervalle de temps [avec ou sans ceinture] nécessaire à l'arrêt complet. ("Durée d'impact").

On a $\Delta t_{avec} \gg \Delta t_{sans}$. Mais dans les deux cas, $\Delta \vec{p}$ est identique. Donc

$$F_{avec} = \frac{\Delta p}{\Delta t_{avec}} \ll F_{sans} = \frac{\Delta p}{\Delta t_{sans}}$$

Autre application : la balance de cuisine :



$$\Delta p = 0 + m v_i = \int F\,dt = \underbrace{(-P + N)}_{\Delta N} \Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta N = \frac{m v_i}{\Delta t}.$$

La balance affiche $\frac{N}{g}$

$$\Rightarrow \text{excédent de } \Delta N / g = \frac{m v_i}{g \Delta t}.$$

B. Systèmes à plusieurs corps (ponctuels).

Système = ensemble de corps, potentiellement en interaction.

Deux types d'interactions : entre les corps et eux-même, et entre les corps et le monde extérieur.

⇒ on distingue alors les **forces internes** et les **forces externes** :

On note $\vec{F}_i$ la force totale exercée sur le $i^{ème}$ corps, alors

$$\vec{F}_i = \vec{F}_{i,int.} + \vec{F}_{i,ext.}$$

$\vec{F}_{i,int}$ = somme de toutes les forces exercées sur i par les autres corps du système

$$= \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} \vec{F}_{i,int/j}$$

N = nombre de corps dans le système.

Principe de réciprocité : contraintes sur les forces internes :

1). $\vec{F}_{i,int/j} = -\vec{F}_{j,int/i}$

↳ ceci est cohérent avec 1). mais pas avec la 2e contrainte.

2). Vecteur $\vec{F}_{i,int/j}$ est toujours parallèle (ou anti-parallèle) au vecteur allant du corps i au corps j :

$$\vec{F}_{i,int/j} \; // \; \overrightarrow{P_i P_j}$$

C. Force totale sur un système à N corps

$$\vec{F} = \text{somme de } \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \qquad\qquad \vec{F}_i = \vec{F}_{i,int} + \vec{F}_{i,ext}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{i,int} + \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{i,ext}}_{\vec{F}_{ext}}$$

$$= \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} \vec{F}_{i,int/j}} + \vec{F}_{ext}.$$

$$= \cancel{\vec{F}_{1,int/2}} + \cancel{\vec{F}_{2,int/1}} + \cancel{\vec{F}_{1,int/3}} + \cancel{\vec{F}_{3,int/1}}$$
$$+ \cancel{\vec{F}_{2,int/3}} + \cancel{\vec{F}_{3,int/2}} + \dots$$

Conclusion $\vec{F} = \vec{F}_{ext}$.

De plus : $\vec{F}_i = m_i \vec{a}_i$

$$\Rightarrow \vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^{N} m_i \frac{d^2 \vec{r}_i(t)}{dt^2}$$

$$= \frac{d^2}{dt^2} \left(\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i(t) \right)$$

Définition : le centre de masse C est un point défini par

$$\vec{OC} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i$$

où $M = \sum_{i=1}^{N} m_i$ (masse totale).

Notation : $\vec{OC} = \vec{r}_c$.

Vitesse : $\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt}$ Accélération : $\vec{a}_c = \frac{d\vec{v}_c}{dt}$.

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = \vec{F}_{ext} = M\vec{a}_c.}$$

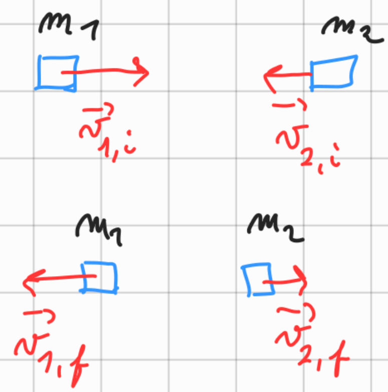
$\Rightarrow$ le mouvement du centre de masse est déterminé uniquement par les forces extérieures.

D. Remarque sur la conservation de l'impulsion et de l'énergie

Si $\vec{F}_{ext} = \vec{0}$, $\vec{a}_c = \vec{0}$, et donc l'impulsion totale $\vec{P}_{tot}$ est conservée :

Si $\vec{F}_{ext} = \vec{0}$ alors $\Delta \vec{P}_{tot} = \vec{0}$.

Problèmes de collision :



Si $\vec{F}_{ext} = \vec{0}$, alors

$$m_1 \vec{v}_{1,i} + m_2 \vec{v}_{2,i} = m_1 \vec{v}_{1,f} + m_2 \vec{v}_{2,f}$$

Mais attention, cela ne signifie pas que l'énergie est conservée !

<u>Terminologie :</u> si E est conservée dans une collision, on dit c'est **collision élastique**

sinon, on dit qu'elle est **inélastique**.