(Suite chap V : Mécanique des Fluides)

2. Hydrostatique

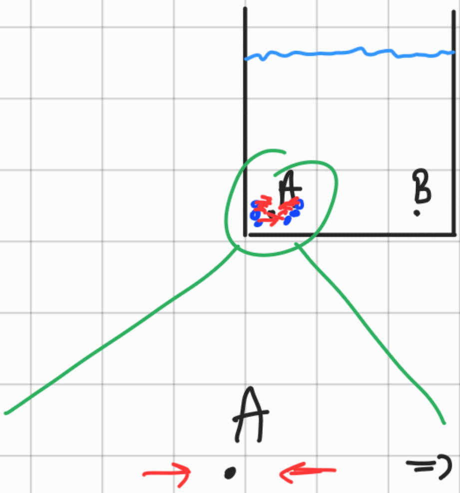
→ Etude des fluides au repos.
Comment un fluide peut-il être "au repos" étant donné l'agitation thermique de ces constituants ?

Idée : volumes mésoscopiques contiennent des particules microscopiques du fluide, mais la vitesse moyenne est constante et nulle :

Somme des flèches vertes $= 0$ si $V \gg$ échelle microscopique.

Conséquence : la pression à gauche
= ________ à droite

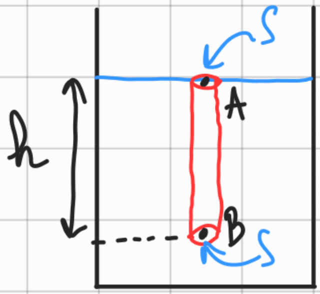
⇒ Dans un fluide au repos, la pression ne dépend que de la hauteur :



Si A et B sont à la même hauteur, $P_A = P_B$.

⇒ équilibre des forces de pression de part et d'autre du point A.

Question : comment p varie avec la hauteur



Volume : cylindre ; base du cylindre est d'aire S.

Equilibre des forces sur le cylindre :

$$\vec{P} + \text{forces de pression} = \vec{0}.$$

$\vec{P} = m\vec{g}$ $\qquad m = \rho_0 S h$ (valable car ρ_0 $= cst$).

forces de pression ?

$\rightarrow$ uniquement dans la direction de Oz.

$$\Rightarrow g\rho_0 \cancel{S} h = \underbrace{p_B \cancel{S}}_{\text{force exercée par l'eau en bas du cylindre}} - \underbrace{p_A \cancel{S}}_{\text{force exercée par l'air en haut du cylindre.}}$$

$$\rightarrow \quad p_B - p_A = \rho_0 g h$$

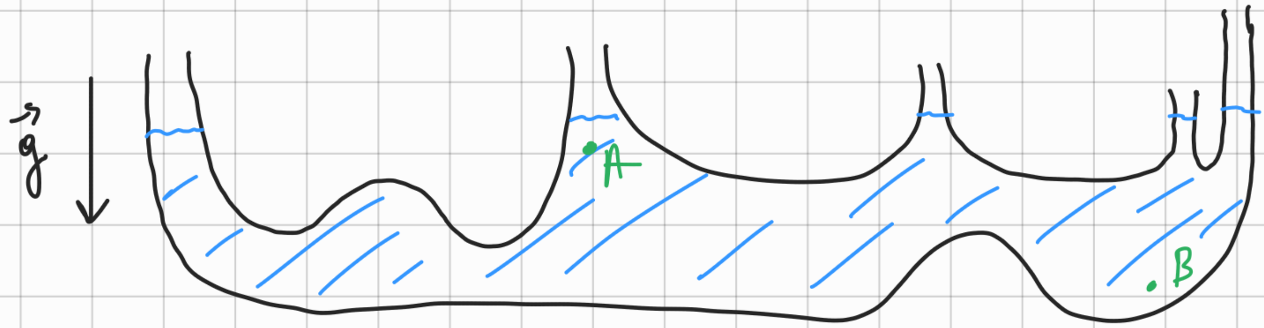
avec p_A = pression atmosphérique : 1 atm

Unités de la pression : 1 atm = 101325 Pa

où Pa = unité de p dans le SI ("Pascal").

Loi de Pascal : Pour un fluide incompressible, au repos, la différence de pression Δp entre 2 points A et B du fluide vaut

$$\Delta p = p_B - p_A = \rho \vec{g} \cdot \overrightarrow{P_A P_B}.$$



Conséquence : la surface d'un tel fluide est toujours $\perp$ à $\vec{g}$.
En effet, la pression est la même à la surface du fluide.

<u>Application</u> : mesure de la pression intra-crânienne par ponction lombaire

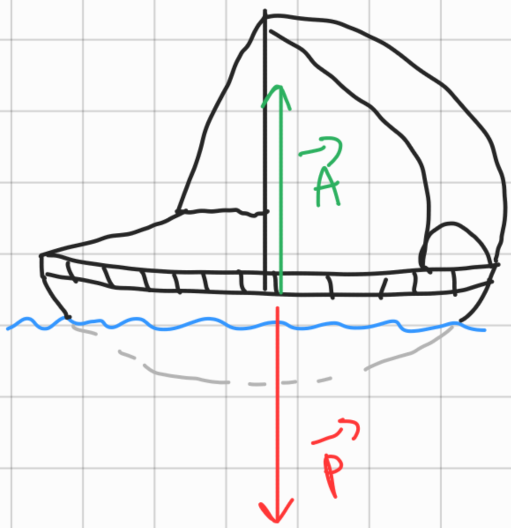
$$p_{ic} - \underbrace{p_A}_{\simeq p_{atm}} = \rho g h.$$

<u>Application</u> : le tonneau de Pascal

→ on ajoute du fluide dans la colonne ouverte à l'air libre.
Le volume du fluide ajouté (et donc sa masse) est très petit ; mais si la section de la colonne est faible, la hauteur sera importante.

La pression dans le tonneau ne dépend pas de la masse du fluide ajouté, mais uniquement de la hauteur. On peut donc faire monter la pression avec un très faible volume de fluide, et faire exploser le tonneau (en principe).

Application : la force d'Archimède



$\vec{A}$: force d'Archimède.

Modèle : $\vec{A} = -\rho_0 V_i \vec{g}$ où

ρ_0 = masse volume du fluide (eau)

V_i = volume immergé du corps (bateau)

On peut démontrer ce modèle à partir de la loi de Pascal.

Condition de flottaison :

Equilibre des forces avec $V_i < V$?

$\Rightarrow \dots \Rightarrow \frac{M}{V} < \rho_0$

où M = masse du bateau ; V = son volume.

3. Hydrodynamique

A. Conservation du débit.

⇒ Débit : quantité de volume écoulé par unité de temps :

↳ dans le volume à l'échelle mésoscopique, la vitesse moyenne peut-être non-nulle pour un fluide en mouvement.

Débit : $Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}$ ΔV : volume écoulé durant Δt.

$[Q] = L^3 T^{-1}$ SI : $m^3 s^{-1}$.

Valeurs typiques :

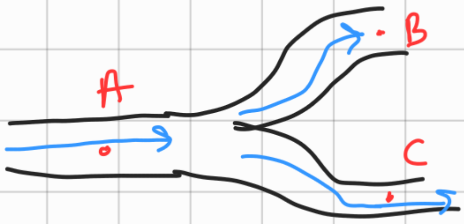
1. Débit moyen cardiaque : $5 L/min$.
2. LCR : $0.5 L/j$.
3. Respiration : $12 L/min$
4. Chutes du Niagara : $2800 m^3/s$.

Propriété : dans les systèmes considérés dans le cours, on suppose que le débit est conservé :

Débit en A = Débit en B : $Q_A = Q_B$.

Idées : 1. Le fluide incompressible.
2. Pas de fuites ni de réactions chimiques

Conséquence : embranchement ?



$$Q_A = Q_B + Q_C.$$

Remarque : si la conduite est cylindrique d'aire S, alors

$$Q = vS,$$

où v = vitesse du fluide.

Ici, on suppose que le fluide est non-visqueux.

D'où vient cette formule ? Regardons l'écoulement sur un intervalle de temps Δt :

$$\Delta x = v \Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta V = \Delta x \, S$$

$$\Rightarrow Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} S = vS.$$

Conséquence : comment la vitesse varie en fonction de l'aire de la section ?

$S_B < S_A$.

$\Rightarrow Q_A = Q_B$ (conservation du débit)

$\Rightarrow v_A S_A = v_B S_B \Rightarrow \dfrac{v_A}{v_B} = \dfrac{S_B}{S_A} < 1$.

Donc $v_A < v_B$.