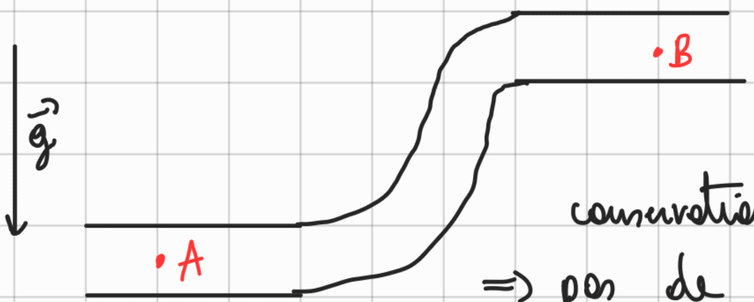
(Suite hydrodynamique)

Rappel:

Si $S_A > S_B$, alors $v_B > v_A$. Donc, entre le point A et B, les particules de fluide subissent une accélération. Par $\vec{F} = m\vec{a}$, il doit donc y avoir une force totale non-nulle !
$\Rightarrow$ forces de pression.

Autre situation : avec une variation de hauteur ?



On choisit $S_A = S_B$.
$\Rightarrow v_A = v_B$ par conservation du débit.
$\Rightarrow$ pas de variation d'énergie cinétique, mais E_p a augmenté !

$\Rightarrow$ le travail des forces de pression va pouvoir expliquer ces variations d'énergie.

Théorème de Bernoulli : Pour un fluide incompressible, parfait (= non-visqueux), dont l'écoulement est laminaire (= non-turbulent) et stationnaire (en un point donné, v = cst) : alors la quantité

$$e = \frac{1}{2}\rho v^2 - \rho \vec{g} \cdot \overrightarrow{OP} + p,$$

où v = vitesse en P et p = pression en P, est constante le long des lignes de courant.

$$[e] = \frac{\text{énergie}}{\text{volume}} = \frac{ML^2T^{-2}}{L^3} = ML^{-1}T^{-2}.$$

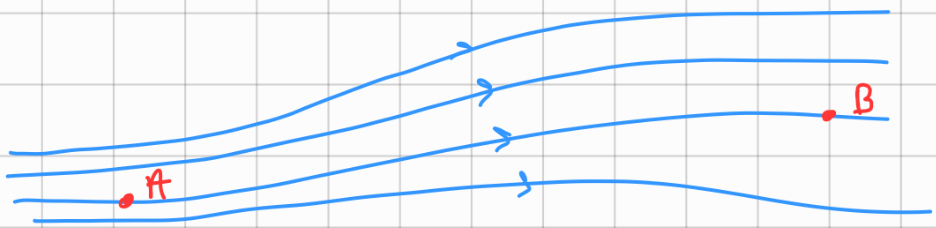
Interprétation physique : densité volumique d'énergie.

Ce théorème découle de la propriété de conservation d'énergie :

$\frac{1}{2}\rho v^2 \longrightarrow$ densité d'énergie cinétique

$-\rho \vec{g}\cdot\vec{OP} \longrightarrow$ ______ potentielle gravitationnelle.

$p \longrightarrow$ ______ potentielle des forces de pression.



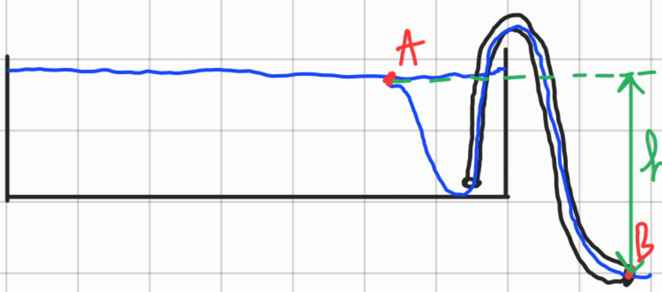
$e_A = e_B$ par le théorème de Bernoulli.

$$\frac{1}{2}\rho v_A^2 - \rho\vec{g}\cdot\vec{OA} + p_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 - \rho\vec{g}\cdot\vec{OB} + p_B$$

$$\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A + p_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B + p_B.$$

Applications

1). Siphon.



But : montrer que $v_B \neq 0$.

$$e_A = \frac{1}{2}\rho_0 v_A^2 - \rho_0 \vec{g}\cdot\vec{OA} + p_A$$

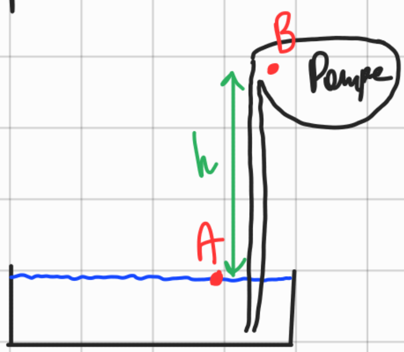
$v_A \simeq 0$. (approx). $p_A = p_{atm}$.

$$e_B = \frac{1}{2}\rho_0 v_B^2 - \rho_0 \vec{g}\cdot\vec{OB} + p_B \qquad p_B = p_{atm}$$

$$\Rightarrow \underbrace{e_A = e_B}_{\text{Bernoulli}} \Leftrightarrow \rho_0 g h = \frac{1}{2}\rho_0 v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh} \neq 0.$$

Remarque sur le théorème de Bernoulli : cas statique.
si $v_A = v_B = 0$, alors on retrouve la loi Pascal.

2). Pompe à eau



$v_A \simeq 0$.
$v_B \neq 0$
$p_A = p_{atm}$
$p_B = ?$

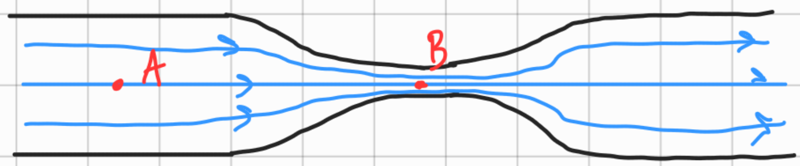
Théorème de Bernoulli $\Rightarrow p_B = p_{atm} - \rho_0 g h - \frac{1}{2}\rho_0 v_B^2$
Comme $v_B \neq 0$, $\frac{1}{2}\rho_0 v_B^2 > 0$

$$\Rightarrow p_B < p_{atm} - \rho_0 g h.$$

Conséquence : il existe une hauteur maximale, h_{max}, possible pour la pompe à eau :

$$h_{max} = \frac{p_{atm}}{\rho_0 g} \simeq 10\,m.$$

3). Effet Venturi.



$S_A > S_B \Rightarrow v_B > v_A$.

Que vaut $p_B - p_A$?

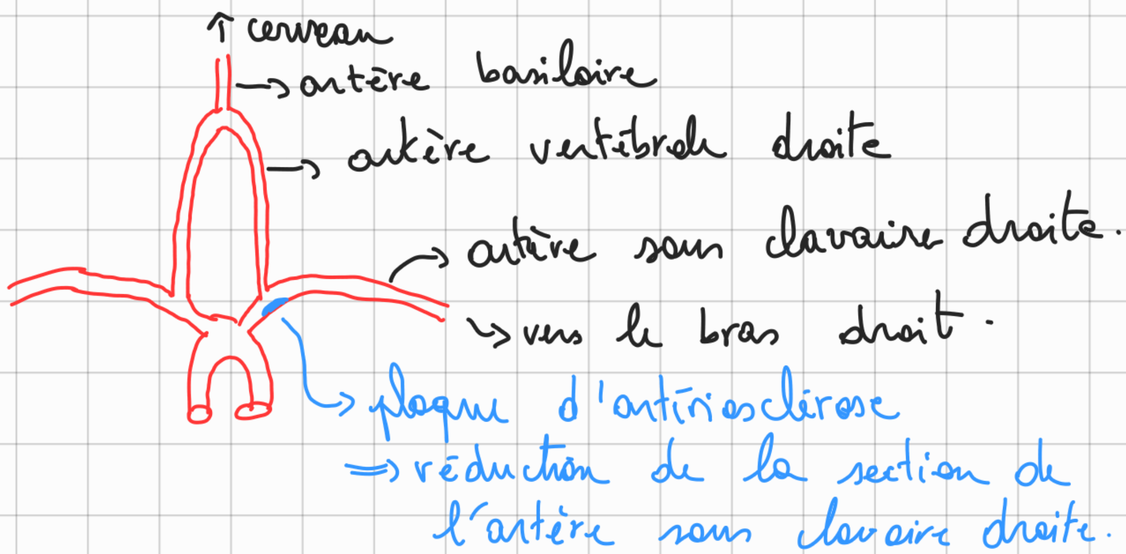
$$\frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho \cancel{g z_A} + p_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho \cancel{g z_B} + p_B$$

$$\Rightarrow p_B - p_A = \frac{1}{2}\rho\left(v_A^2 - v_B^2\right)$$

Conservation du débit $\Rightarrow v_B = \frac{S_A}{S_B} v_A$.

$$\Rightarrow p_B - p_A = \frac{1}{2}\rho v_A^2\left(1 - \left(\frac{S_A}{S_B}\right)^2\right).$$

4). Accident Ischemique Transitoire



Mouvements intenses du bras droit

⇒ baisse de pression au niveau de la

plaque

=> sens de circulation dans l'artère vertébrale droite peut-être inversé (très bref!).

=> peut provoquer des pertes de conscience etc ...