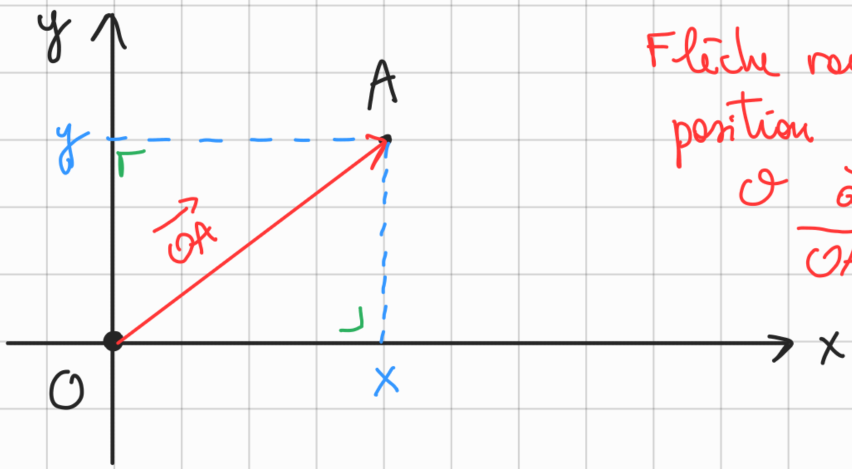
(Suite rappels sur les vecteurs)

Rappel : Définition d'un vecteur ?
$\Rightarrow$ donnée d'une direction et d'une intensité

[Direction inclu le sens dans ce cours !]

Composantes d'un vecteur :



Flèche rouge = vecteur position allant de O à A : $\vec{OA}$

On note toujours un vecteur avec une petite flèche au-dessus : $\vec{OA}$

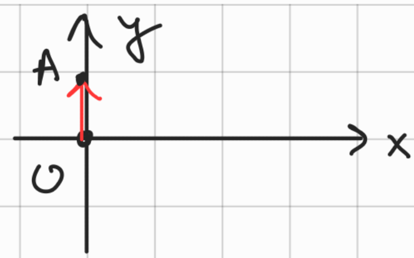
Pointillés bleus : "projection orthogonale"
(orthogonal = perpendiculaire)
$\Rightarrow$ permet d'associer deux nombres x et y au vecteur :

$$\vec{OA} = (x\,;\,y)$$

[On identifie le vecteur à ses composantes]

Autres notations acceptées : $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, (x, y)

Exemple :



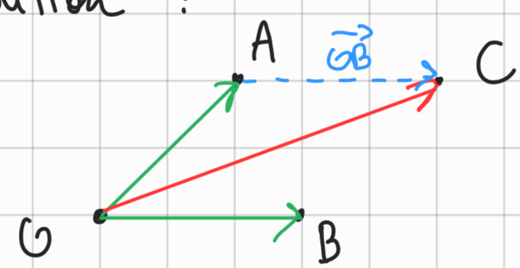
$\vec{OA} = (0\,;10\,m)$

??

$(0, 10\,m)$

Opérations sur les vecteurs.

1). Addition :



Les vecteurs sont mis "bout à bout" pour faire la somme.

Par définition, $\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{OB}$
on a alors automatiquement que

$$\vec{OA} = -\vec{AO}.$$

En effet : $\vec{OA} + \vec{AO} = \vec{0} = (0\,;0)$ "vecteur nul"

$$\Rightarrow \vec{OA} = -\vec{AO}$$

Au niveau des composantes, comment calculer la somme de deux vecteurs ?
Ecrivons les composantes de deux vecteurs :

$$\vec{OA} = (x_A\,; y_A) \text{ et } \vec{OB} = (x_B\,; y_B).$$

Alors : $\vec{OA} + \vec{OB} = (x_A\,; y_A) + (x_B\,; y_B)$

$$= (x_A + x_B\,;\, y_A + y_B)$$

Somme "composante par composante".

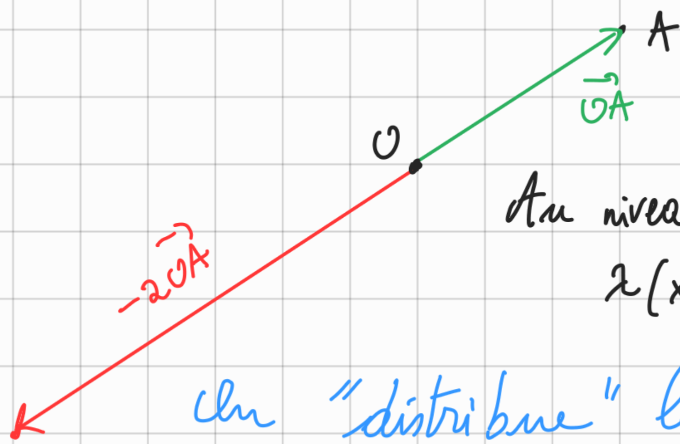
Propriété : $\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB}$.

2). Multiplication par un nombre :

[Dans cette représentation, λ est < 1 et $\lambda > 0$].

$\lambda\vec{OA}$ = multiplication par un nombre réel λ du vecteur $\vec{OA}$.

Si $\lambda < 0$, alors on inverse la direction (c'est-à-dire le sens) du vecteur :



Au niveau des composantes :

$$\lambda(x;y) = (\lambda x; \lambda y).$$

On "distribue" le nombre sur les composantes.

Décomposition norme/angle d'un vecteur

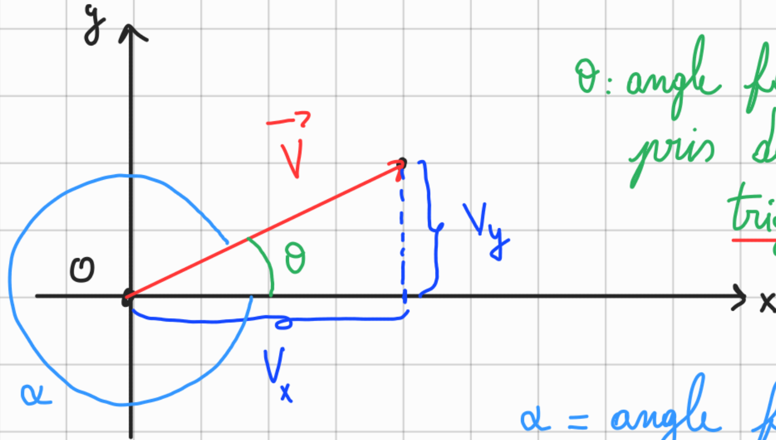
Définition : soit $\vec{V} = (V_x ; V_y)$. On définit la norme de $\vec{V}$ par la formule :

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

Géométriquement, $\|\vec{V}\|$ = longueur du vecteur. (grâce au théorème de Pythagore).

Notation : $\|\vec{V}\| = V$.

⚠ Ne pas oublier de toujours indiquer une flèche au-dessus des vecteurs !



θ : angle formé par Ox et $\vec{V}$, pris dans le sens trigonométrique.

α = angle formé par Ox et $\vec{V}$, pris dans le sens horlogique

On a toujours $\alpha + \theta = 2\pi$.

Grâce à la trigonométrie, on sait alors que

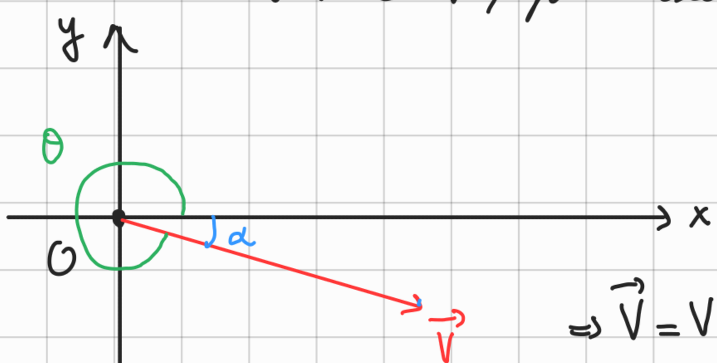
$$V_x = V\cos\theta \quad \text{et} \quad V_y = V\sin\theta .$$

$$\Rightarrow \vec{V} = \left(V\cos\theta ; V\sin\theta\right) = V\left(\cos\theta ; \sin\theta\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{V} = V\left(\cos\theta ; \sin\theta\right)}$$

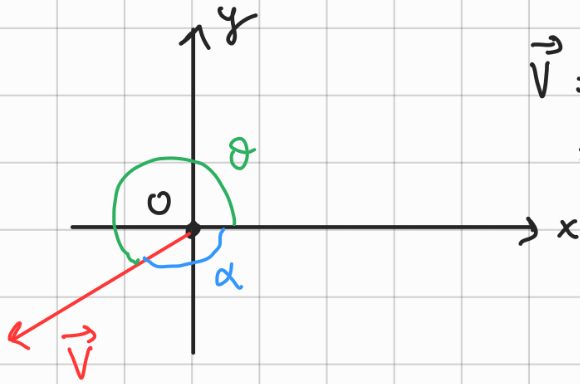
⚠ θ : sens trigonométrique, en partant de Ox.

Autre vecteur $\vec{V}$, par exemple :



$$\Rightarrow \vec{V} = V\left(\cos\alpha ; -\sin\alpha\right) = V\left(\cos\theta ; \sin\theta\right)$$

Encore un autre exemple :



$$\vec{V} = V(\cos\theta ; \sin\theta)$$
$$= V(\cos\alpha ; -\sin\alpha).$$

Terminologie : $(\cos\theta ; \sin\theta)$ = "vecteur unitaire dans la direction $\vec{V}$".

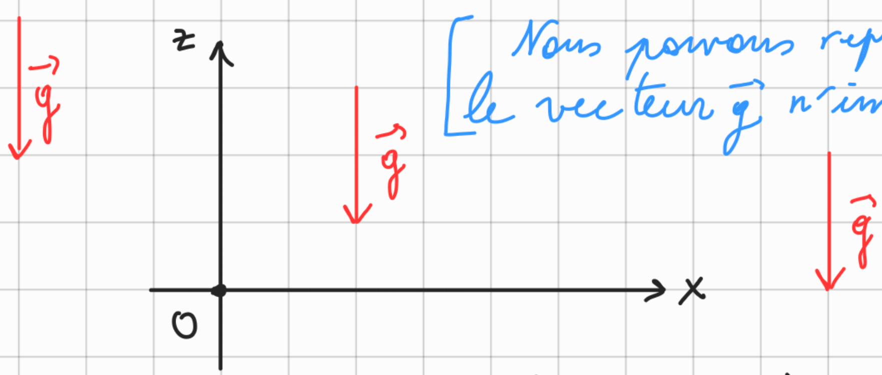
"Unitaire" = "norme = 1".

$$\vec{V} = V \underbrace{(\cos\theta ; \sin\theta)}_{\text{direction}}$$

longueur ↵ direction = vecteur unitaire de $\vec{V}$.

Exemples :

1). Vecteur accélération gravitationnelle : $\vec{g}$

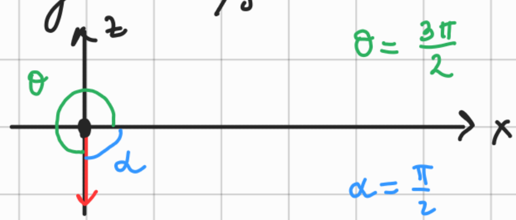


[Nous pouvons représenter le vecteur $\vec{g}$ n'importe où!]

Repère : Oxz $\quad \vec{g} = (0 ; -10\,m/s^2)$

Norme : $g = 10\,m/s^2$.

On vérifie ici que nous pouvons appliquer les formules à cet exemple.



$\theta = \frac{3\pi}{2}$

$\alpha = \frac{\pi}{2}$

On a bien $\alpha + \theta = 2\pi$.

Ensuite :

formule générale $\Rightarrow \vec{g} = g(\underbrace{\cos\theta}_{0} ; \underbrace{\sin\theta}_{-1})$

$= g(0;-1) = (0;-g)$

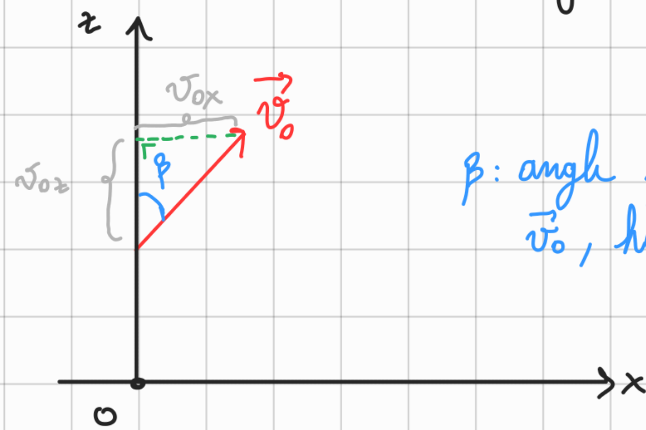
$= (0; -10\,m/s^2)$.

En terme de α ? $\Rightarrow \vec{g} = g(\underbrace{\cos\alpha}_{0} ; -\underbrace{\sin\alpha}_{1})$

$= g(0;-1) = (0;-g)$

$= (0; -10\,m/s^2)$.

2).

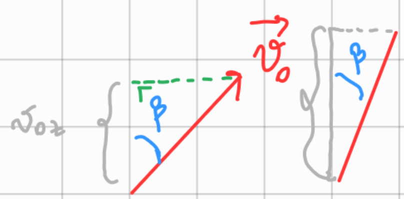


β : angle formé par Oz et $\vec{v}_0$, horlogique.

$\Rightarrow$ Expression pour les composantes de $\vec{v}_0$ en terme de v_0 $(= \|\vec{v}_0\|)$ et β ?

$\vec{v}_0 = (v_{0x} ; v_{0z})$

Trigono $\Rightarrow$ $v_{0x} = v_0 \sin\beta$ $\qquad v_{0z} = v_0 \cos\beta$



$v_{0z} \nearrow$ si $\beta \searrow$.