

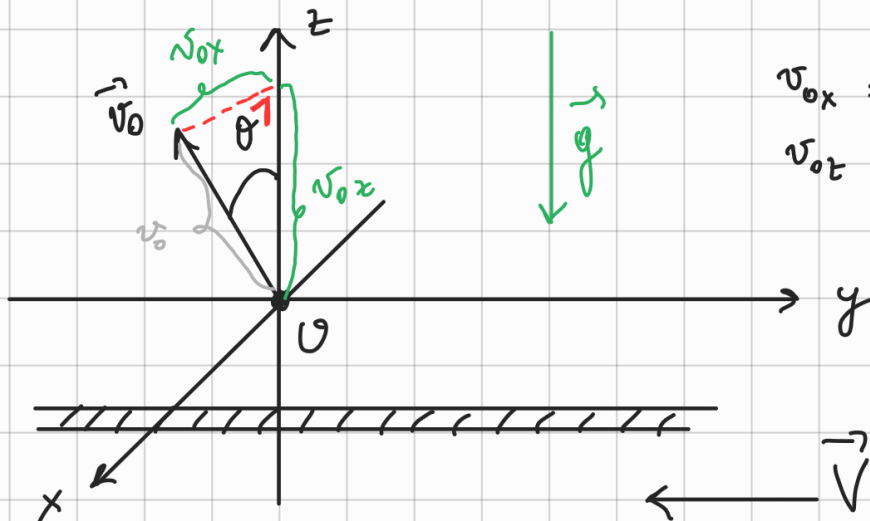
Question d'examen

PHYS - G-1103

202122

août

Q1.



$$v_{0x} = v_0 \sin \theta$$

$$v_{0z} = v_0 \cos \theta$$

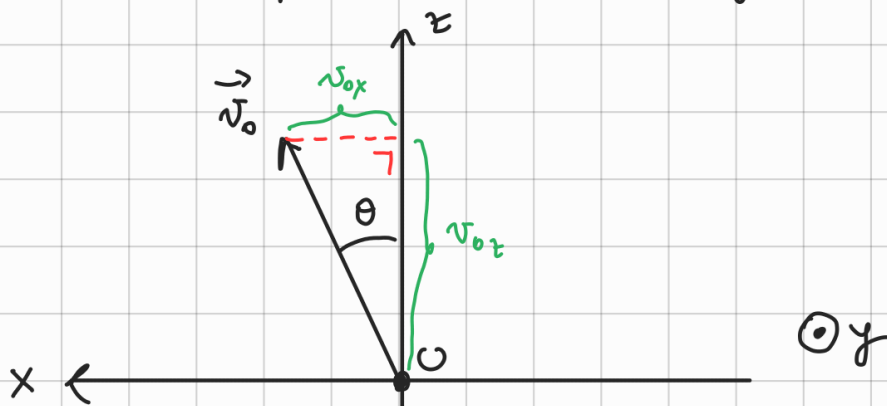
1). $\vec{g} = (0; 0; -g)$

2). $\vec{v}_0 = ?$ en fct de v_0 et θ .

$$\vec{v}_0 = (v_0 \sin \theta ; 0 ; v_0 \cos \theta)$$

$$v_{0x} \quad v_{0y} \quad v_{0z}$$

\vec{v}_0 : dans le plan Oxz . Donc il ne peut pas avoir de composante suivant y .



$$3). \quad x_p(t), y_p(t), z_p(t)$$

$$\text{MUA} \Rightarrow \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{g} t^2 \quad (\text{cours}).$$

Dans notre cas: $\vec{r}_0 = \vec{0}$ car lire depuis le point de référence 0.

$$\vec{r}(t) = (x_p(t); y_p(t); z_p(t))$$

$$= \cancel{\vec{r}_0} + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{g} t^2$$

$$= (v_0 \sin \theta; 0; v_0 \cos \theta) t$$

$$+ \frac{1}{2} (0; 0; -g) t^2$$

$$= \left(v_0 \sin \theta t ; 0 ; v_0 \cos \theta t - \frac{1}{2} g t^2 \right)$$

$$\Rightarrow x_p(t) = v_0 \sin \theta t \quad y_p(t) = 0$$

$$z_p(t) = v_0 \cos \theta t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$4). \quad x_T(t) \quad y_T(t) \quad z_T(t)$$

$$\text{MRU} : (x_T(t); y_T(t); z_T(t)) = \vec{r}_{0T} + \vec{V} t$$

où \vec{r}_{0T} = position initiale du train :

$$\vec{r}_{0T} = (d; y_0; 0)$$

$$\vec{V} = (0; -V; 0)$$

où $V =$ norme de \vec{V} .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_T(t) = d \\ y_T(t) = Y_0 - Vt \\ z_T(t) = 0 \end{cases}$$

5). Impact :

$$\underbrace{(x_p(t_*) ; y_p(t_*) ; z_p(t_*))}_{\text{position du projectile au temps d'impact}} = \underbrace{(x_T(t_*) ; y_T(t_*) ; z_T(t_*))}_{\text{position du train au temps d'impact}}$$

$$\begin{cases} x_p(t_*) = x_T(t_*) \\ y_p(t_*) = y_T(t_*) \\ z_p(t_*) = z_T(t_*) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 \sin \theta t_* = d \\ 0 = Y_0 - Vt_* \\ v_0 \cos \theta t_* - \frac{1}{2} g t_*^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow t_* = \frac{Y_0}{V}$$

$$v_0 \sin \theta = \frac{d}{t_*} = \frac{Vd}{Y_0} \quad v_0 = \frac{Vd}{Y_0 \sin \theta}$$

$$v_0 \cos \theta = \frac{1}{2} g t_* = \frac{g Y_0}{2V}$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{v_0} \sin \theta}{\cancel{v_0} \cos \theta} = \frac{Vd/Y_0}{g Y_0 / 2V} = \frac{2V^2 d}{g Y_0^2}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{2V^2 d}{g Y_0^2} \Rightarrow \theta = \arctan \left(\frac{2V^2 d}{g Y_0^2} \right)$$

Pour v_0 ?

$$\underbrace{(v_0 \sin \theta)^2 + (v_0 \cos \theta)^2}_{v_0^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)} = \left(\frac{Vd}{Y_0} \right)^2 + \left(\frac{g Y_0}{2V} \right)^2$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{Vd}{Y_0} \right)^2 + \left(\frac{g Y_0}{2V} \right)^2}}$$

Conclusion :

$$\left\{ \begin{array}{l} t_x = Y_0/V \\ v_0 = \sqrt{\left(\frac{Vd}{Y_0} \right)^2 + \left(\frac{g Y_0}{2V} \right)^2} \\ \theta = \arctan \left(\frac{2V^2 d}{g Y_0^2} \right) \end{array} \right.$$

6). $d = 2 \text{ m}$ $V = 15 \text{ km/h}$ $Y_0 = 5 \text{ m}$