Chapitre II : LA DYNAMIQUE

1. Introduction

Rappel : cinématique = étude des mouvements à l'aide d'outils mathématiques. (Position, vitesse, accélération, vecteurs, coordonnées, composantes, etc).

"Origine" de ces mouvements ?
"Cause" du mouvements ?

Pourquoi le mouvement est-il ce qu'il est et non un autre ?

Le mouvement dépend des interactions entre le corps d'intérêt et son environnement.

Programme de la dynamique :

1. Déterminer les interactions
   ↳ sélectionner les interactions pertinentes.
2. Modéliser les interactions
   ↳ mathématiquement
3. Faire le lien avec la cinématique
   ↳ en tirer des prédictions sur la trajectoire.

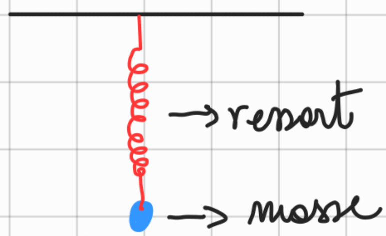
Newton : compréhension quantitative de la relation entre les interactions et

la cinématique.

Exemples :

1). Balle lancée en l'air. Interactions ?
- gravitation (interaction balle – Terre)
- les frottements (balle – air)
- rayonnement électromagnétique ? (balle – lumière ?)

2). Masse attachée à un ressort



→ interaction masse – ressort, en plus de l'interaction masse – Terre.

3). Tension : interaction entre une masse et une corde tendue.

4). Frottements : entre un bloc et un plan incliné.

Idée : mathématiquement, chaque interaction est représentée par un vecteur.

Ce vecteur est appelé la FORCE.

2. La relation fondamentale de la dynamique

On considère un corps de masse m :

a). La force totale $\vec{F}$ = somme vectorielle de toutes les forces qui s'exercent sur m.

Exemple : si $\vec{f}_1$ et $\vec{f}_2$ sont les seules forces qui s'exercent sur m, alors
$$\vec{F} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 .$$

b). La trajectoire de la masse m est alors telle que son accélération $\vec{a}$ satisfait à l'équation :

$$\boxed{\vec{F} = m\,\vec{a}}$$

interactions avec l'environnement ↲ ↳ cinématique

Dimension de $\vec{F}$: $[\vec{F}] = MLT^{-2}$

Unité SI : $kg\, m\, s^{-2} = N$ un newton

Question : supposons que, grâce à $\vec{F} = m\vec{a}$, nous connaissions l'accélération de la trajectoire. Comment peut-on alors déterminer la trajectoire ?

⇒ problème mathématique : si je connais

$\frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}$, comment déterminer $\vec{r}(t)$?

Cinématique : $\vec{r}(t) \xrightarrow{\text{dérivée}} \vec{v}(t) \xrightarrow{\text{dérivée}} \vec{a}(t)$

? ?

opération inverse de la dérivée ?

Petit rappel mathématique : l'intégrale.

Si $f(x)$ et $F(x)$ sont deux fonctions telles que

$$f(x) = F'(x),$$

alors $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Retour à la physique.

$\vec{a} \longrightarrow \vec{v}$? $\vec{v}(t_f) - \vec{v}(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \vec{a}(t)\,dt$.

$$\Longleftrightarrow \vec{v}(t_f) = \vec{v}(t_i) + \int_{t_i}^{t_f} \vec{a}(t)\,dt$$

$\Rightarrow$ on connait $\vec{v}(t_f)$ si on calcule l'intégrale de $\vec{a}$ et si on connait la vitesse initiale $\vec{v}(t_i)$.

$\vec{v} \longrightarrow \vec{r}$? $\vec{r}(t_f) - \vec{r}(t_i) = \int_{t_i}^{t_f} \vec{v}(t)\,dt$

$$\Longleftrightarrow \vec{r}(t_f) = \vec{r}(t_i) + \int_{t_i}^{t_f} \vec{v}(t)\,dt.$$

$\Rightarrow$ on connait $\vec{r}(t_f)$ si on calcule l'intégrale de $\vec{v}$ et si on connait la position initiale $\vec{r}(t_i)$.

La position initiale $\vec{r}(t_i)$ et la vitesse initiale $\vec{v}(t_i)$ ne sont pas fixées par les interactions avec l'environnement. Elles sont fixées par l'expérimentateur. On les appelle les "conditions initiales".

Cas particuliers :

1. Supposons que $\vec{F} = \vec{0}$. "Statique des forces"
"Equilibre des forces".

Par $\vec{F} = m\vec{a}$, on déduit que $\vec{a} = \vec{0}$.
Donc, par intégration, on trouve

$$\vec{v}(t_f) - \vec{v}(t_i) = \vec{0}.$$

$\Rightarrow$ la vitesse est constante !
Ensuite, calculons la position :

$$\int_{t_i}^{t_f} \vec{v}(t)\, dt = (t_f - t_i)\underbrace{\vec{v}_0}_{\text{vitesse initiale}}$$

$$\vec{r}(t_f) - \vec{r}(t_i) = (t_f - t_i)\,\vec{v}_0$$

$$\Rightarrow \vec{r}(t_f) = \vec{r}(t_i) + (t_f - t_i)\,\vec{v}_0$$

On peut écrire ceci de la façon

suivante :

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 (t - t_0)$$

où $\vec{r}_0$ et $\vec{v}_0$ sont les conditions initiales.

$\Rightarrow$ MRU.

Conclusion : si $\vec{F} = \vec{0}$, alors la trajectoire est un MRU.

Attention : $\vec{F} = \vec{0} \not\Rightarrow$ corps est immobile.
Evidement : Corps immobile $\Rightarrow \vec{F} = \vec{0}$.

2. Si l'accélération est non-nulle mais constante : $\vec{a}(t) = \vec{a}_0$ (= vecteur constant).
Quelle est la trajectoire ?
$\Rightarrow$ on récupère un résultat du chapitre sur la cinématique :

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} \vec{a}_0 (t - t_0)^2 \quad \text{MRUA.}$$

Conclusion : $\vec{F}$ constante $\Rightarrow$ MRUA.

3. Premières Applications

A. Corps ponctuel en chute libre

Hypothèse : on néglige toutes les interactions autre que gravitationnelle.

Localement*, nous pouvons prendre pour

modèle

$$\vec{P} = m\vec{g}.$$

$\vec{P}$: force gravitationnelle dûe à la présence de la Terre ("le poids").

$\vec{g}$: norme $g = 10\, m/s^2$; dirigé vers le centre de la Terre.

* Localement = dans cet auditoire.

Conséquence : $\vec{F} = \vec{P} \Rightarrow \cancel{m}\vec{a} = \cancel{m}\vec{g}$

Pour un corps en chute libre, l'accélération est constante et vaut $\vec{g}$.

En particulier, l'accélération ne dépend pas de la masse !