Rappel : cas du ressort : $E = E_c + E_p = \frac{k}{2} A^2$.

Vérification dimensionnelle :

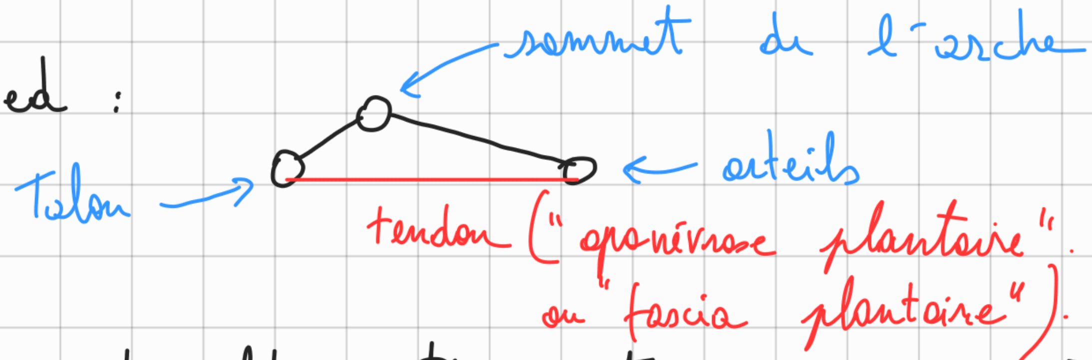
$$\left[\frac{k}{2} A^2\right] \stackrel{?}{=} [\text{énergie}] = M L^2 T^{-2}$$

$$[k] L^2 = \frac{M \cancel{L} T^{-2}}{\cancel{L}} L^2$$

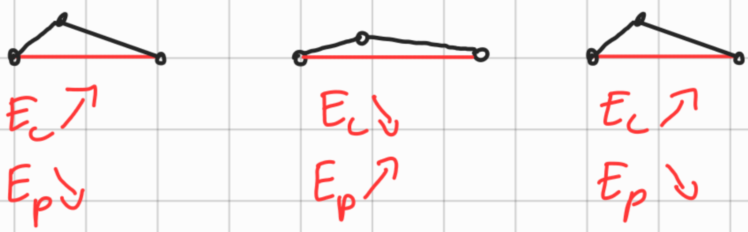
ok.

Application biomédicale :

Pied :



Lors de l'amortissement en course à pied, le tendon est légèrement déformé : il accumule donc de l'énergie potentielle, qui sera restituée au corps lors de la propulsion.



C. Travail et Puissance

Idée : formaliser la notion de transfert d'énergie.

Définition : pour un corps de vitesse $\vec{v}$, la puissance associée à une force $\vec{f}$ est définie par

$$\mathcal{P}_f(t) = \vec{v} \cdot \vec{f}$$

Dimensions : $[\mathcal{P}] = L T^{-1} \, M L T^{-2} = M L^2 T^{-3}$

SI : $1 \, kg \, m^2 s^{-3} = 1 \, W$ (Watt).

Remarque : $[\mathcal{P}] = \dfrac{[\text{énergie}]}{T}$.

→ unité adoptée pour la notion de consommation d'énergie.

Propriété : si $\vec{f}$ est la force totale $\vec{F}$, alors la puissance ("puissance totale") est

$$\mathcal{P}_{tot} = E_c'.$$

Puissance totale

dérivée de l'énergie cinétique

⟹ $\mathcal{P}_{tot}$ correspond au taux de variation (au cours du temps) de l'énergie cinétique.

Exemple : MCU.

Rappel : $\begin{cases} x(t) = A\cos(\omega t) \\ y(t) = A\sin(\omega t) \end{cases}$ $\vec{r}(t) = (x(t)\,;\,y(t))$

On avait montré que $\begin{cases} \vec{v}\cdot\vec{r} = 0. \\ \vec{a} = -\omega^2\vec{r} \end{cases}$

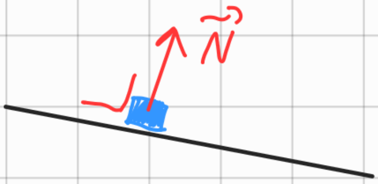
Conséquence sur P_{tot} ?

$$\vec{F}\cdot\vec{v} = (m\vec{a})\cdot\vec{v} = -\omega^2 m\,\vec{r}\cdot\vec{v} = 0.$$

$\Rightarrow$ Pour un MCU, $P_{tot} = 0$.
Donc

$$E_c = \text{constante} \qquad (\text{MCU}).$$

Exemples : force normale :

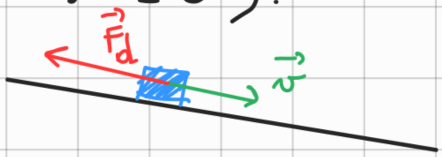


$\vec{N}$, par définition, est toujours perpendiculaire à la surface.

Mais la vitesse $\vec{v}$ est toujours parallèle à la surface.
Conséquence : $P_N = 0$.

forces de frottements :

par hypothèse, cette discussion n'a de sens que pour les frottements dynamiques. (En effet si $\vec{v} = \vec{0}$, alors $P = 0$).



$F_d = \mu_d N$.

$$\mathcal{P}_{F_d} = \vec{v} \cdot \vec{F_d} = v F_d \cos\theta$$

où θ est l'angle formé par $\vec{v}$ et $\vec{F_d}$: $\theta = 180°$

$\Rightarrow \cos\theta = -1$

$\Rightarrow \mathcal{P}_{F_d} = -v F_d = -\mu_d v N$

La puissance associée au frottement dynamiques est toujours négative.

Interprétation : les frottements ont toujours pour effet de réduire l'énergie du corps en mouvement.

Définition : pour une force $\vec{f}$, le travail sur l'intervalle de temps entre t_1 et t_2 est donné par

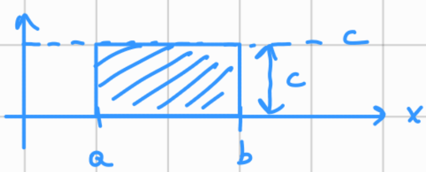
$$W_f(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{P}_f(t)\, dt .$$

Cas particulier : si $\mathcal{P}_f$ est constante, alors

$$W_f(t_1, t_2) = (t_2 - t_1)\, \mathcal{P}_f$$

[Rappel mathématique : intégrale d'une constante :

$$\int_a^b c\, dx = (b-a)\, c .$$



]

On retrouve donc $\mathcal{P} \sim \frac{W}{\Delta t}$: le travail correspond à la quantité d'énergie transférée (ou absorbée) par la force $\vec{f}$ durant l'intervalle allant de t_1 à t_2.

Cas particuliers plus utiles :

1). Si $\vec{f}$ est constante, alors

$$W_f = \vec{f} \cdot \vec{d}$$

$\vec{d}$ = vecteur déplacement. $\vec{d} = \vec{AB}$

Exemple : force de frottements dynamiques

⚠ Il faut toujours justifier l'utilisation de ces formules durant un examen.

$$W_{F_d} = \vec{F}_d \cdot \vec{d} = -\mu_d N d$$

En particulier, on a bien $W_{F_d} < 0$: les frottements absorbent de l'énergie.

2). Si, en plus de 1)., on suppose que $\vec{f}$ est parallèle au mouvement, alors

$$W_f = f d.$$

(cas où $\vec{f}$ est dans le même sens que $\vec{d}$).

D. Equation du bilan d'énergie

Idée : forces conservatives $\longrightarrow$ conservent l'énergie $E_c + E_p$

forces non-conservatives $\longrightarrow$ modifient $E_c + E_p$

$\Rightarrow$ comment calculer la variation d'énergie totale due aux forces non-conservatives ?

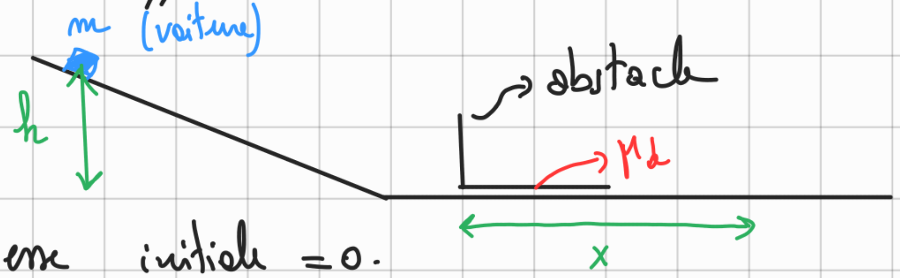
Réponse : équation du bilan d'énergie :

$$\boxed{\Delta E = W_{\text{non-conservatives}}.}$$

$\Delta E = \Delta E_c + \Delta E_p$

$W_{non-c.}$ = travail des forces non-conservatives

Exemple d'application :



Vitesse initiale = 0.

La voiture est totalement à l'arrêt après avoir parcouru x.

Phase I : descente du plan incliné.

On néglige les frottements.

$E_{initiale} = \underbrace{0}_{E_c} + mgh$

$E_{finale} = \frac{1}{2} m v_{collision}^2 + 0$ ← on est en bas du plan

$\Delta E = W_{n.c.} = 0 \Rightarrow \cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}v_{collision}^2$

Phase II : freinage par frottement.

$E_{initiale} = \frac{1}{2} m v_c^2$

$E_{finale} = 0$

$\Delta E = W_{n.c.} = -\mu_d N x$

$\Rightarrow \Delta E = E_{finale} - E_{initiale} = -\frac{1}{2} m v_c^2$

$= -\mu_d N x$

$\Rightarrow +\mu_d N x = \frac{1}{2} m v_c^2$

On combine Phase I et II et on trouve :

$\mu_d N x = mgh.$

$N = mg \Rightarrow \boxed{\mu_d = h/x}$

$$\mathcal{P}_{tot} = E_c'$$

$$\parallel$$

$$\mathcal{P}_{Fd}$$